Министерство образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра общей физики

537.8(07)
Т583

Н.Н. Топольская, В.Г. Топольский

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Челябинск
Издательство ЮУрГУ
2003

УДК 537.8(076.5)

Топольская Н.Н., Топольский В.Г. Электромагнетизм: Учебное пособие. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 73 с.

Основное назначение учебного пособия – помочь студентам научиться решать задачи, показать им рациональную запись условий, решения, расчета.

Предлагаемое пособие с примерами решения задач составляет единый методический комплекс с учебным пособием «Электромагнетизм» (рабочие программы и дидактические задания для самостоятельной работы студентов).

Ил. 76, табл. 16.

Одобрено объединенным научно-методическим советом по физике.

Рецензенты: Зайцев В.А., Толчев А.В.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные понятия, величины и законы

Электрический ток – упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Сила тока $\mathbf{I}$ – скалярная физическая величина, равная отношению заряда, проходящего через поперечное сечение проводника, ко времени его прохождения:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Единица измерения: [I] = А (ампер).

1А – сила такого неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Постоянный ток – это ток, который не изменяется по величине и направлению.

Для постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Плотность тока $\vec{\mathbf{j}}$ – это векторная физическая величина, совпадающая с направлением тока в рассматриваемой точке и численно равная отношению силы тока сквозь малый элемент поверхности, перпендикулярной направлению тока, к площади этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_\perp},$$

$$\vec{j} = ne\langle\vec{\upsilon}\rangle,$$

где n и e – концентрация и заряд носителей тока, $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ – вектор средней скорости упорядоченного движения заряженных частиц.

Единица измерения: $[\,j\,] = \frac{А}{м^2}$.

Связь силы тока с плотностью тока

Сила тока – это поток вектора плотности тока через поверхность S:

$$I = \int_S \vec{j}\,d\vec{S}.$$

Электродвижущая сила (ЭДС) ε – это скалярная физическая величина, равное отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда:

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{Q_o},$$

Единица измерения: $[\varepsilon] = \dfrac{Дж}{Кл} = В.$

ЭДС, действующая в замкнутой цепи, – это циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{ст}\,d\vec{l}.$$

ЭДС, действующая на участке цепи 1–2,

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{ст}\,d\vec{l}.$$

где $\vec{E}_{ст}$ – напряженность поля сторонних сил.

Напряжение U_{12} на участке цепи 1–2 – это скалярная физическая величина, равная отношению суммарной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда на участке цепи, к величине этого заряда

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{Q_0} = \frac{A_{эл} + A_{ст}}{Q_0},$$

где A_{12} – суммарная работа сил; $A_{эл}$ – работа электростатических сил; $A_{ст}$ – работа сторонних сил.

Работа электростатических сил

$$A_{эл} = Q_o \int_1^2 \vec{E}_{эл}\,d\vec{l} = Q_o(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $\vec{E}_{эл}$ – напряженность электростатического поля;

$(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка.
Работа сторонних сил

$$A_{ст} = Q_o \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l} = Q_o \varepsilon_{12}.$$

Следовательно,

$$U_{12} = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Закон Ома:
а) для однородного участка цепи (рис. 1).

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}.$$

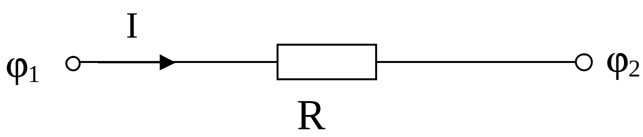


Рис. 1

б) для неоднородного участка цепи (рис. 2).

$$\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_i}{R + r} = \frac{U_{12}}{R + r}.$$

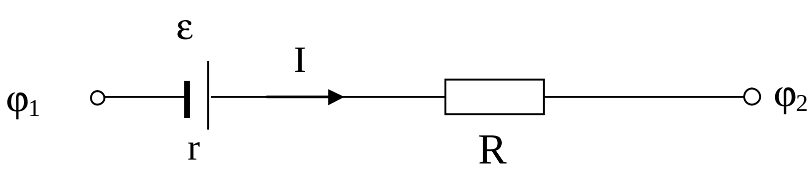


Рис. 2

в) для замкнутой цепи (рис. 3).

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

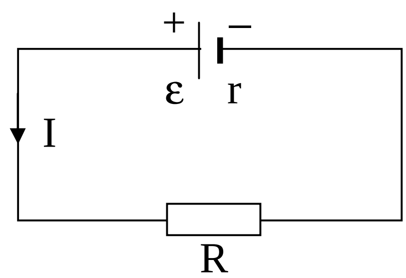


Рис. 3

Правило знаков.

Сила тока I берется со знаком «+», если направление тока (заданное или предполагаемое) совпадает с выбранным направлением обхода.

Электродвижущая сила ε источника берется со знаком «+», если направление сторонних сил $\vec{F}_{ст} = Q\vec{E}_{ст}$ совпадает с выбранным направлением обхода, т.е. ЭДС повышает потенциал в направлении обхода (рис. 4).

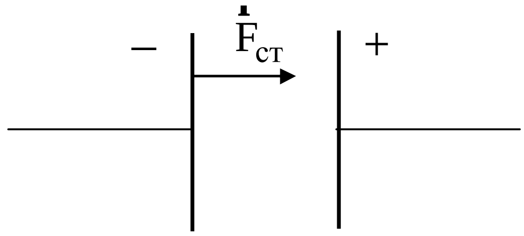


Рис. 4

Разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – есть разность потенциалов между начальной и конечной точками участка.

Закон Ома в дифференциальной форме:

а) для однородного участка цепи

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}_{эл},$$

где $\vec{E}_{эл}$ – напряженность электростатического поля.

б) для неоднородного участка цепи

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E}_{эл} + \vec{E}_{ст}),$$

где $\vec{E}_{ст}$ – напряженность поля сторонних сил.

Сопротивление R – это физическая величина, характеризующая сопротивление проводника электрическому току.

Сопротивление зависит от формы, размеров, материла проводника и его температуры.

Единица измерения: [R] = Ом.

Сопротивление линейного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения.

Зависимость удельного сопротивления проводника от температуры:

$$\rho = \rho_o (1 + \alpha t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0^0C, α – температурный коэффициент сопротивления.

Для чистых металлов $\alpha = \frac{1}{273}$ град$^{-1}$, для сплавов – величина табличная.

Соединения проводников

Последовательное соединение. Так называют соединение проводников, которые включены в цепь поочередно друг за другом без разветвлений (рис. 5). Закономерности этого соединения представлены в табл. 1.

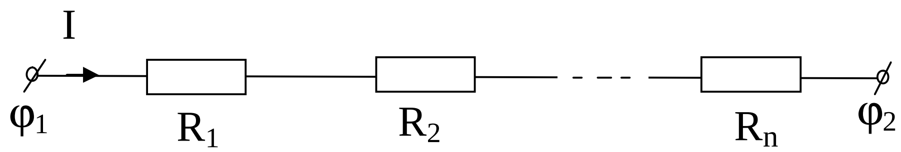


Рис. 5

Параллельное соединение. Так называют соединение, при котором все проводники подключаются к одной и той же паре точек (рис. 6). Закономерности этого соединения представлены в табл. 1.

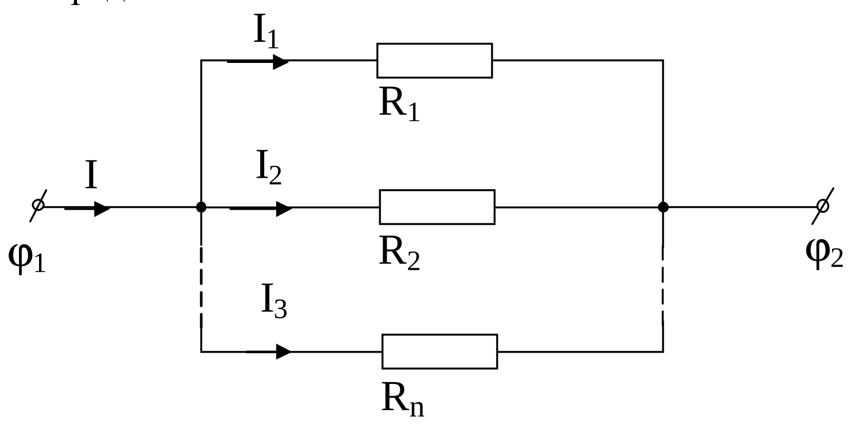


Рис. 6

Таблица 1

Последовательное и параллельное соединение проводников

Соединение	Последовательное	Параллельное
Сохраняющаяся величина	$I_1 = I_2 = \ldots = I_n$ $I = \text{const}$	$U_1 = U_2 = \ldots = U_n$ $U = \text{const}$
Суммируемая величина	напряжение	сила тока
	$U = \sum\limits_{i=1}^{n} U_i$	$I = \sum\limits_{i=1}^{n} I_i$
Общее сопротивление	$R = \sum\limits_{i=1}^{n} R_i$	$\frac{1}{R} = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

Электрическая проводимость G и удельная электрическая проводимость s

$$G = \frac{1}{R}, \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Единицы измерения: $[G] = \text{Ом}^{-1} = \text{См}$ (сименс).

$[\sigma] = (\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1} = \text{См/м}$.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле, равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

Второе правило: для любого замкнутого контура алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i \varepsilon_i .$$

Работа тока на участке цепи

$$A = QU = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Мощность тока

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля–Ленца

Количество теплоты Q, выделенное на участке цепи сопротивлением R, по которому течет ток силой I за время t, определяется соотношением

$$Q = I^2Rt.$$

Если сила тока изменяется со временем, то

$$Q = \int_0^t Rt^2(t)dt.$$

Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме

$$\omega = \rho j^2 = jE = \sigma E^2,$$

где ω – удельная тепловая мощность тока: количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема.

Коэффициент полезного действия источника тока

$$\eta = \frac{A_{полезн}}{A_{затр}} = \frac{I^2Rt}{I^2(R+r)t} = \frac{R}{R+r},$$

где $A_{полезн}$ – полезная работа источника тока;

$A_{затр}$ – затраченная работа источника тока.

Примеры решения задач

Задача 1

Определить заряд, прошедший по проводнику с сопротивлением R= 3 Ома при равномерном нарастании напряжения на концах провода от U_1 = 2 В до U_2 = = 4 В в течение 20 с.

Дано:
R = 3,0 Ом
U_0 = 2,0 В
U_1 = 4,0 В
t_1 = 20 с

Q – ?

Решение

Рассматриваем однородный участок электрической цепи, по которому протекает электрический ток (рис. 7).

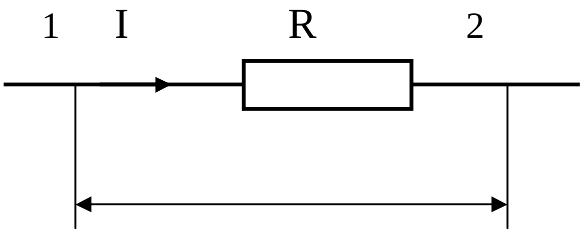


Рис. 7

Для определения величины заряда, прошедшего по проводнику за время t, используем определение силы тока и закон Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \qquad I = \frac{U}{R},$$

поэтому

$$dQ = \frac{U}{R}dt. \tag{1}$$

Формула (1) позволяет найти заряд Q, прошедший по участку цепи, если известна зависимость напряжения U от времени на нем.

Напряжение на участке изменяется с течением времени по линейному закону (рис 8),

$$U\,(t) = U_1 + kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности, который нужно определить.

Следовательно,

$$k = \mathrm{tg}\alpha = (U_1 - U_0)/\,t.$$

Для вычисления Q надо проинтегрировать выражение (1):

$$Q = \int dQ = \int_0^t \frac{U_o + kt}{R} dt = \frac{U_o t}{R} + \frac{kt^2}{2R}. \qquad (2)$$

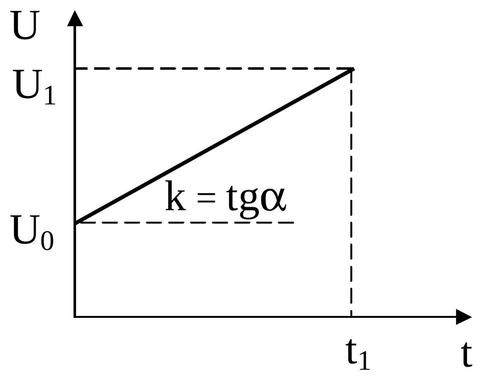


Рис. 8

Подставив k в (2), получим окончательное выражение для Q:

$$Q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{(U_1 - U_0)t}{2R}.$$

Сделаем вычисления:

$$Q = 2\frac{20}{3} + (4-2)\frac{20}{2 \cdot 3} = 20 \text{ Кл}.$$

Ответ: заряд, прошедший по проводнику, равен 20 Кл.

Задача 2

Определите ток, текущий по участку цепи (рис. 9), если $\varphi_1 = 4$ В, $\varphi_2 = 1$ В, $R = 2$ Ом, $r = 0{,}5$ Ом, $\varepsilon = 1$ В.

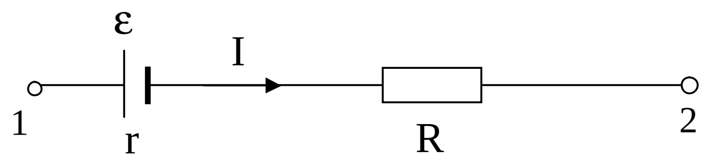


Рис. 9

Дано:	Решение
$\varphi_1 = 4$ В $\varphi_2 = 1$ В $R = 2$ Ом $r = 0{,}5$ Ом $\varepsilon = 1$ В	На рис. 9 изображен неоднородный участок цепи. Силу тока можно определить, используя закон Ома $$\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r}.$$
$I - ?$	

Направление обхода выберем совпадающим с направлением тока. Тогда сила тока берется со знаком «+», а электродвижущая сила источника берется со знаком «–», так как действие сторонних сил направлено в сторону, противоположную обходу по участку, т.е. ЭДС понижает потенциал в направлении обхода.

Следовательно,

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) - \varepsilon}{R + r}.$$

Сделаем вычисления:

$$I = \frac{(4-1)-1}{2+0{,}5} = 0{,}8 \text{ А}.$$

Ответ: по участку цепи протекает ток силой 0,8 А.

Задача 3

Два элемента (ε_1 = 1,2 В, r_1 = 0,1 Ом, ε_2 = 0,9 В, r_2 = 0,3 Ом и сопротивление R = 0,2 Ом) соединены как показано на рис. 10. Определить силу тока в цепи и разность потенциалов между точками B и C.

Дано:
ε_1 = 1,2В
r_1=0,1 Ом
ε_2 = 0,9 В
r_2 = 0,3 Ом
R = 0,2 Ом

I – ?

Решение

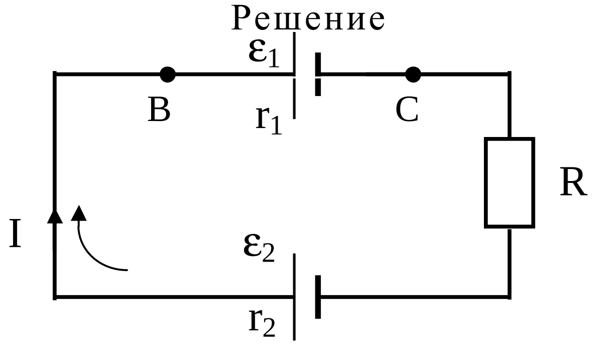


Рис. 10

Рассматриваем замкнутую электрическую цепь, состоящую из источников питания и сопротивления R.

На рис. 10 указано направление тока и выбрано направление обхода.

Для решения задачи применим закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{R + r}, \tag{1}$$

где в числителе стоит алгебраическая сумма всех ЭДС, действующих в цепи, а в знаменателе – полное сопротивление цепи.

Определим знаки ЭДС, входящих в контур: ε_1 понижает потенциал в направлении обхода контура, поэтому возьмем ее со знаком «–», а ε_2 повышает потенциал в направлении обхода контура, поэтому возьмем ее со знаком «+».

Следовательно,

$$\sum \varepsilon_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$

Полное сопротивление цепи складывается из сопротивления R и сопротивлений источников тока, которые соединены последовательно, поэтому

$$R + r = R + r_1 + r_2.$$

Подставив ЭДС и сопротивления в (1), получим ток в цепи

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} = -\,0{,}5\ (\text{А}).$$

Знак «–» указывает на то, что действительное направление тока в цепи противоположно выбранному направлению обхода. Таким образом, сила тока в цепи 0,5 А и течет он против часовой стрелки.

Определим разность потенциалов между точками В и С. Рассмотрим неоднородный участок цепи (рис. 11).

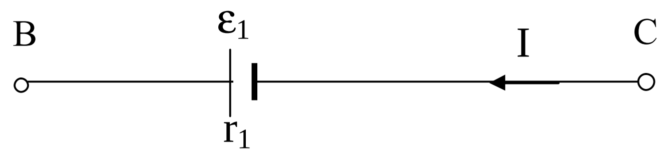


Рис. 11

Разность потенциалов между точками В и С можно определить из закона Ома для неоднородного участка цепи

$$\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r}.$$

Направление обхода выберем навстречу току. Тогда сила тока и электродвижущая сила источника берутся со знаком «–».

Следовательно, закон Ома запишется в виде

$$-I = \frac{(\varphi_в - \varphi_с) - \varepsilon_1}{r_1},$$

отсюда

$$\varphi_в - \varphi_с = \varepsilon_1 - Ir_1.$$

Сделаем вычисления:

$$\varphi_в - \varphi_с = 1{,}2 - 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 1{,}15 \text{ В}.$$

Ответ: сила тока в цепи 0,5 А, а разность потенциалов между точками В и С равна 1,15 В.

Задача 4

ЭДС батареи ε = 12 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, I_m = 5 А. Какая наибольшая мощность P_m может выделиться на подключенной к батареи нагрузке, сопротивление которой можно менять? Чему равен при этом коэффициент полезного действия?

Дано:
ε = 12 В
I_m = 5 А
P_m – ? η – ?

Решение

Рассмотрим замкнутую электрическую цепь, состоящую из источника тока и сопротивления R (рис. 12).

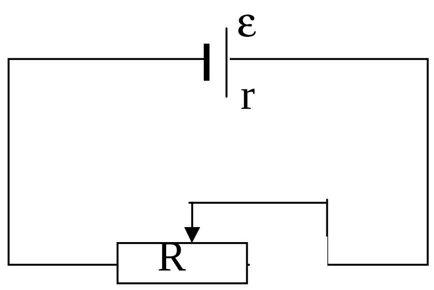


Рис. 12

Полезная мощность, выделяющаяся в нагрузке,

$$P = I^2R, \tag{1}$$

Сила тока согласно закону Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \tag{2}$$

где R – сопротивление нагрузки, r – внутреннее сопротивление источника.

Следовательно,

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}, \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что при постоянных ε и r мощность P является функцией сопротивления нагрузки R. Чтобы найти максимальное значение P_m, необходимо выражение (3) продифференцировать по R и результат приравнять нулю:

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \left[\frac{(R+r) - 2R}{(R+r)^3} \right] = \varepsilon^2 \frac{r - R}{(R+r)^3} = 0.$$

Отсюда следует, что полезная мощность максимальна при R = r.

Для этого случая выражение (3) примет вид

$$P_m = \frac{\varepsilon^2 r}{(R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \qquad (4)$$

Определим внутреннее сопротивление источника тока. Из формулы (2) видно, что ток будет максимальным при коротком замыкании (рис. 13).

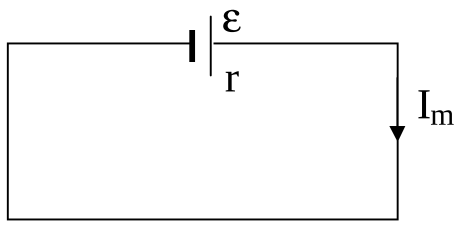


Рис. 13

Следовательно,

$$I_m = \frac{\varepsilon}{r}.$$

$$r = \frac{\varepsilon}{I_m}. \qquad (5)$$

Подставив в (4) значение r из (5), получим:

$$P_m = \frac{\varepsilon^2 I_m}{4\varepsilon} = \frac{\varepsilon I_m}{4} = 15 \text{ Вт}.$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{N_{полезн}}{N_{затр}},$$

где $N_{полезн}$ – полезная мощность, $N_{затр}$ – затраченная мощность.

$$N_{затр} = I^2(R + r).$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2(R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

Вычислим коэффициент полезного действия источника тока, когда полезная мощность максимальна

$$\eta = \frac{r}{r + r} = 0{,}5.$$

Ответ: максимальная мощность 15 Вт, коэффициент полезного действия 0,5.

Задача 5

Сила тока в проводнике сопротивлением R = 20 Ом возрастает в течение времени τ = 2 с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ А. Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1.

Дано:
R = 20 Ом
$\Delta t = \tau$ = 2 с
$I = f(t)$
$I_0 = 0$
I = 6 А

Q_1, Q_2, Q_2/Q_1 – ?

Решение

Рассмотрим однородный участок цепи (рис. 14).

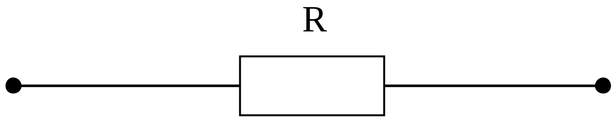


Рис. 14

Так как сила тока в проводнике изменяется, то закон Джоуля-Ленца справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2Rdt. \qquad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \qquad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т.е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид:

$$dQ = k^2Rt^2dt. \qquad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени τ, выражение (3) надо интегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R(t_2^3 - t_1^3).$$

При определении теплоты, выделившейся за первую секунду, пределы интегрирования $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с и, следовательно,

$$Q_1 = \frac{1}{3}\cdot 3^2\cdot 20\ (1 - 0) = 60 \text{ Дж}.$$

При определении теплоты Q_2 пределы интегрирования $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с, тогда

$$Q_2 = \frac{1}{3}\cdot 3^2\cdot 20\ (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Следовательно, $Q_2/Q_1 = 420/60 = 7$, т.е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую.

Ответ: за первую секунду выделится 60 Дж теплоты, за вторую секунду – 420 Дж теплоты. Отношение теплоты $Q_2/Q_1 = 7$.

Задача 6

Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра (рис. 15). В этой цепи R_1 = 100 Ом, R_2 = 50 Ом, R_3 = = 20 Ом, ЭДС элемента ε_1 = 2 В. Гальванометр регистрирует ток I_3 = 50 мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС ε_2 второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

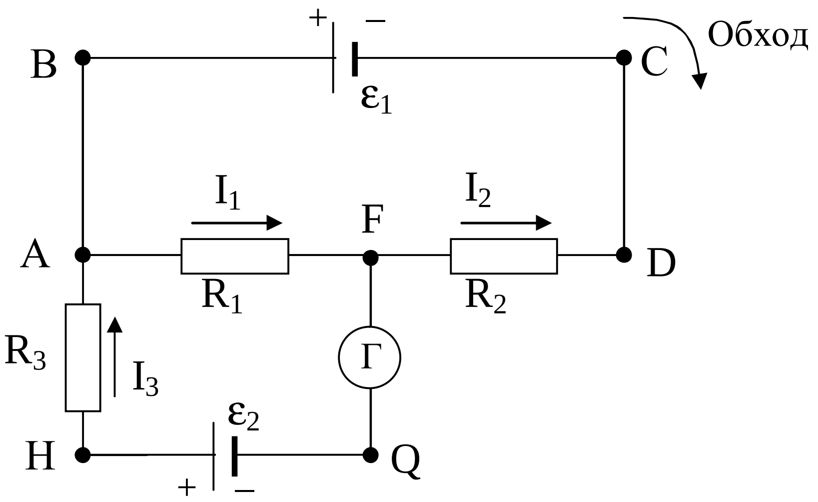


Рис. 15

Указание

Для расчета разветвленных цепей применяются правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_i = 0.$$

Второе правило Кирхгофа. В любом замкнутом контуре произвольно выбранная в разветвленной электрической цепи алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС $\varepsilon_к$, встречающихся в этом контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum_к \varepsilon_к .$$

На основании этих законов можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и ЭДС). Применяя правила Кирхгофа, следует соблюдать следующее:

1. перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направление обхода контуров;

2. при составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными; токи, отходящие от узла, отрицательными.

Число уравнений, составляемых по первому правилу Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи;

3. при составлении уравнений по второму закону Кирхгофа надо считать, что: а) падение напряжения на участке цепи (т.е. произведение IR) входит в уравнение со знаком «+», если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура; в противном случае произведение IR входит в уравнение со знаком «–»; б) ЭДС входит в уравнение со знаком «+», если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока; в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком «–».

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму правилу Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному.

Дано:

$R_1 = 100$ Ом

$R_2 = 50$ Ом

$R_3 = 20$ Ом

$\varepsilon_1 = 2$ В

$I_3 = 50$ мА

ε_2 – ?

Решение

Выберем направления токов, как они показаны на рис. 15, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому правилу Кирхгофа для узла F

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

По второму правилу Кирхгофа для контура ABCDFA

$$-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_1,$$

и после умножения обеих частей равенства на – 1,

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1. \qquad (2)$$

Соответственно для контура AFQHA

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_2. \qquad (3)$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (1), (2) и (3), получим

$$I_1 \;-\; I_2 - 0{,}05 = 0;$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1;$$

$$100I_1 + 0{,}05\cdot 20 = \varepsilon_2.$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, получим следующую систему уравнений:

$$I_1 \;-\; I_2 = 0{,}05;$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1;$$

$$100I_1 - \varepsilon_2 = -1.$$

Эту систему с тремя неизвестными можно решить обычными приемами алгебры, но т.к. по условию задачи требуется определить только одно неизвестное ε_2 из трех, то воспользуемся методом определителей.

Составим и вычислим определитель Δ системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= -25 - 50 = -75.$$

Составим и вычислим определитель Δ_{ε_2}:

$$\Delta_{\varepsilon_2} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} +$$

$$+0{,}05\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} = -25-50-100-125=-300.$$

Разделив определитель Δ_{ε_2} на определитель системы Δ, найдем числовое значение ЭДС:

$$\varepsilon_2 = \frac{-300}{-75} = 4.$$

ЭДС выражается в вольтах, поэтому можно написать ε_2 = 4 В.

Ответ: ЭДС второго элемента 4 В.

Домашнее задание

З а д а ч а 1

На рис. 16 изображен участок электрической цепи. Определить:

1) силу тока;

2) разность потенциалов между двумя точками, указанными в Вашем варианте.

Данные своего варианта возьмите в табл. 2.

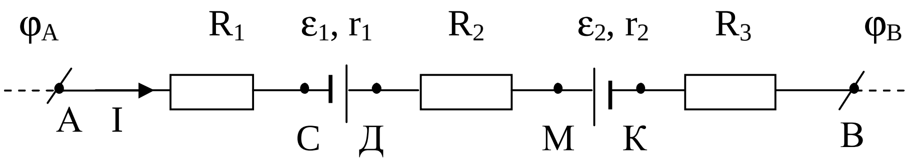


Рис. 16

Таблица 2

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε_1, В	7	8	10	5	0	2	4	6	8	0
ε_2, В	2	5	0	10	5	4	2	10	6	3
r_1, Ом	0	1	1	2	0	2	3	1	2	0
r_2, Ом	1	1	0	1	1	3	2	2	1	1
R_1, Ом	2	2	0	2	5	1	3	0	6	2
R_2, Ом	4	0	3	3	2	2	3	4	0	1
R_3, Ом	4	4	4	0	1	3	1	4	3	0
φ_A, В	10	10	10	10	15	15	15	20	20	20
φ_B, В	0	5	0	0	0	5	10	5	10	15
Точки	А, М	А, Д	А, С	С, Д	Д, К	С, К	Д, В	Д, М	А, К	С, В

З а д а ч а 2

На рис. 17 изображена схема цепи. Определить:

1) показания амперметра;

2) показания вольтметра;

3) напряжение на зажимах амперметра.

Данные для своего варианта возьмите в табл. 3.

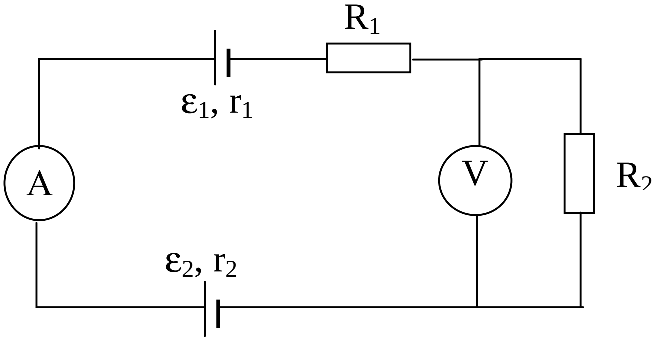


Рис. 17

Таблица 3

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε_1, В	0	50	10	12	6	0	12	1,5	4,5	100
ε_2, В	100	0	5	3	12	12	0	8,5	1,5	10
r_1, Ом	0	5	2	2	2	0	4	0	0,5	5
r_2, Ом	10	0	1	1	2	3	0	2	0,5	1
R_1, Ом	100	10	10	0	20	10	5	10	0	20
R_2, Ом	100	20	20	40	10	5	10	4	2	30
R_A, Ом	5	2	1	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,1	1
R_V, Ом	100	10	100	100	100	100	100	10	10	100

З а д а ч а 3

Даны участки электрической цепи (рис. 18 или 19). Определить заряд, протекающий по цепи за промежуток времени от t_0 = 0 с до t = 10 с, если один из параметров цепи меняется со временем.

Данные для своего варианта возьмите в табл. 4.

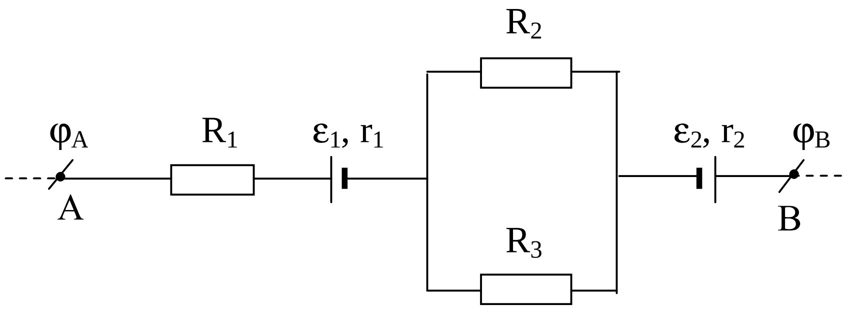


Рис. 18 (для вариантов 1–5)

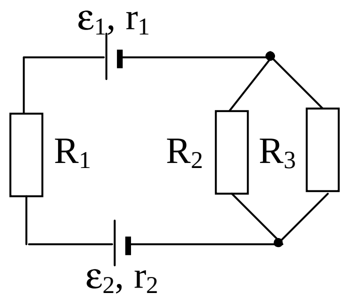


Рис. 19 (для вариантов 6–10)

Таблица 4

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
φ_A, В	10+2t	10	100	100	100	–	–	–	–	–
φ_B, В	2	2	10	10	0	–	–	–	–	–
R_1, Ом	1	5+t	50	40	60	5	5+t	50	10	4
R_2, Ом	2	2	10+t	20	40	2	10	80	8+2t	3
R_3, Ом	3	4	10	20	40	4	10	20	20	2
ε_1, В	2	5	20	$50–t^2$	50	$100–t^2$	12	100	150	12–t
ε_2, В	5	2	10	10	10	60	18	150	100	6
r_1, Ом	1	1	8	10	$10+t^2$	10	2	20+t	15	0,1
r_2, Ом	2	1	2	10	20	1	3	30	10	0,1

З а д а ч а 4

На рис. 20 изображена схема электрической цепи. Определить:

1) напряжение на клеммах источника тока;

2) силу тока короткого замыкания;

3) коэффициент полезного действия источника тока;

4) мощность источника тока, указанную в вашем варианте.

Данные своего варианта возьмите в табл. 5.

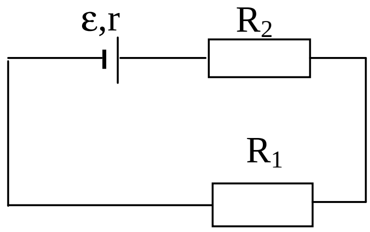


Рис. 20

Таблица 5

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε, В	1	2	2,5	1	5	2	1,5	2,5	5	1
r, Ом	0	1	2	0,5	3	1,2	0,5	1	2	2
R_1, Ом	10	2	5	1	15	4	0	5	10	2
R_2, Ом	15	1	10	2	5	3	10	5	2	4
	Полезную мощность					Полную мощность				

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Вектор магнитной индукции. Закон Био-Савара-Лапласса. Циркуляция вектора магнитной индукции

Основные понятия, величины и законы

Магнитное поле – это силовое поле в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты.

Магнитное поле создается только движущимися зарядами и действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды.

Магнитный момент $\vec{p}_m$ плоского замкнутого контура с током I определяется по формуле

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь поверхности, ограниченной контуром, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура.

Модуль магнитного момента равен

$$p_m = IS.$$

Единица измерения: $[p_m] = А \cdot м^2$.

Направление вектора магнитного момента определяется по правилу буравчика: если буравчик с правой резьбой вращать по направлению тока в контуре, то поступательное движение буравчика укажет направление положительной нормали к контуру $\vec{n}$, т.е. вектора $\vec{p}_m$ (рис. 21 а).

Есть и другое правило – правило обхвата правой руки: если обхватить правой рукой контур, направив согнутые в кулак пальцы по направлению тока в контуре, то отогнутый на 90^0 большой палец укажет направление положительной нормали к контуру $\vec{n}$, т.е. вектора $\vec{p}_m$ (рис. 21 б).

Магнитная индукция поля $\vec{B}$ – это векторная физическая величина. Модуль вектора магнитной индукции B в данной точке поля равен отношению максимального момента сил M_{max}, действующих в окрестности этой точки на малый плоский замкнутый контур с током, к величине магнитного момента контура p_m:

$$B = \frac{M_{max}}{p_m}.$$

Единица измерения: $[B] = \frac{Н \cdot м}{А \cdot м^2} = Тл$ (тесла)

За направление вектора $\vec{B}$ в данной точке поля принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль $\vec{n}$ к свободно подвешенной рамке с током.

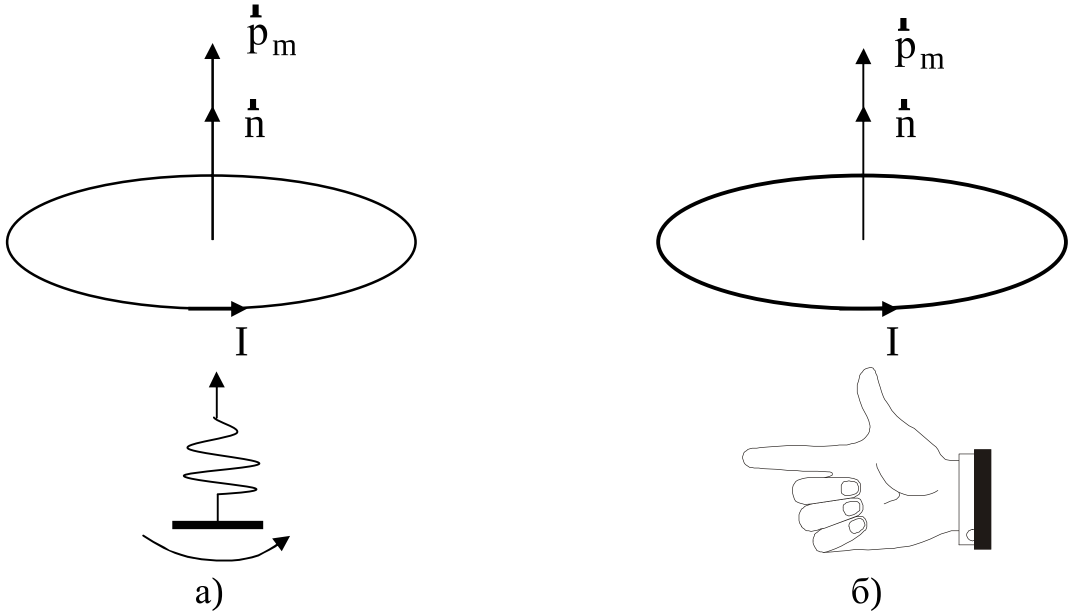


Рис. 21

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$.

Вектор $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками. Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности $\vec{H}$. В случае однородной изотропной среды

$$\vec{B} = \mu_o \mu \vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, μ – безразмерная величина – магнитная проницаемость среды, показывающая во сколько раз магнитное поле макротоков H усиливается за счет поля микротоков среды.

Линия магнитной индукции (силовая линия) – это линия, касательные к которой в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током.

На рис. 22 показана картина силовых линий прямого проводника с током, которые представляют собой концентрические окружности, охватывающие проводник.

Направление этих линий определяется по правилу буравчика (рис. 22 а): если буравчик с правой резьбой ввинчивать по направлению тока в проводнике, то направление вращения рукоятки буравчика совпадет с направлением силовых линий магнитного поля, создаваемого этим током.

Есть и другое правило для определения их направления – правило обхвата правой рукой: если обхватить проводник правой рукой, направив отставленный большой палец вдоль тока, то остальные пальцы этой руки, согнутые в кулак, укажут направление силовых линий магнитного поля данного тока (рис. 22 б).

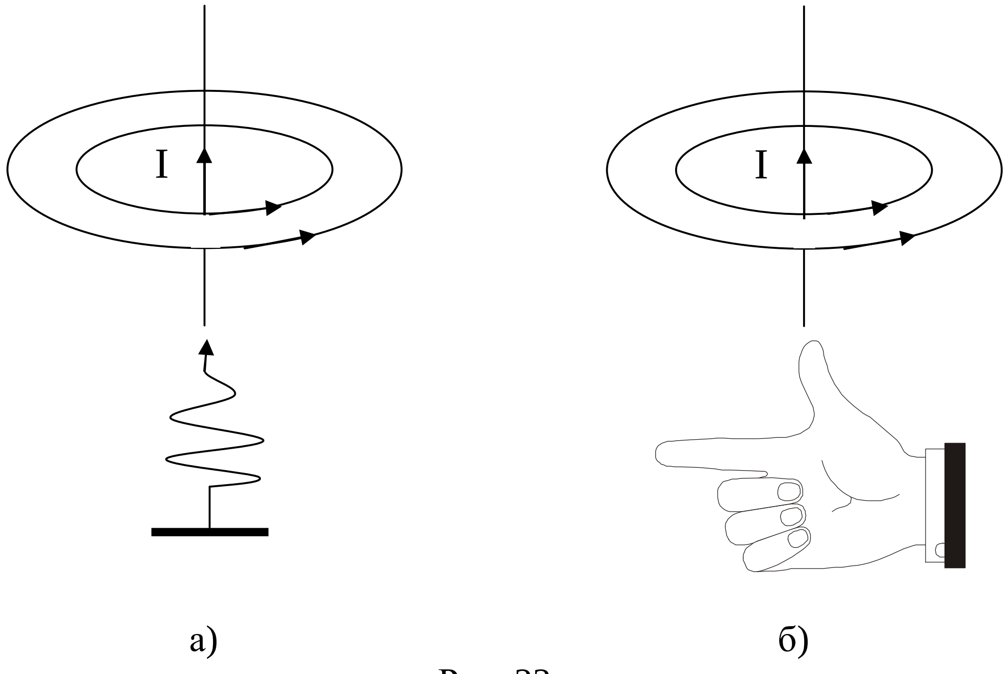


Рис. 22

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o \mu [Id\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции поля в точке A, создаваемого элементом проводника с током $Id\vec{l}$, $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция, μ – магнитная проницаемость среды (рис. 23).

Модуль вектора магнитной индукции определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_o \mu I dl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

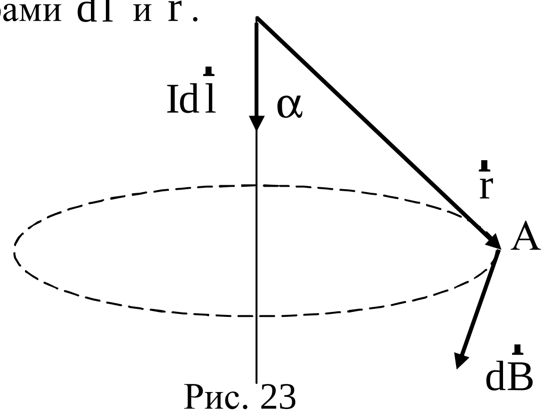


Рис. 23

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $Id\vec{l}$ и $\vec{r}$ и совпадает с касательной к линии магнитной индукции, направление которой определяется по правилу буравчика: если поступательное движение буравчика соответствует направлению тока в элементе, то вращательное движение указывает направление $d\vec{B}$.

Принцип суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i ,$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция результирующего поля, $\vec{B}_i$ – магнитная индукция складываемых полей.

Магнитное поле точечного заряда Q, свободно движущегося со скоростью $\upsilon << c$ (c – скорость света),

$$\vec{B} = \frac{\mu_o \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3},$$

$$B = \frac{\mu_o \mu}{4\pi} \frac{Q\upsilon \sin\alpha}{r^2},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из заряда Q к точке наблюдения, α – угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{r}$.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током I в точке A, (рис. 24),

$$B = \frac{\mu_o \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где R – расстояние от оси проводника до точки A, в которой вычисляется магнитная индукция; α_1 и α_2 – углы, образованные радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, проведенными в точку A, соответственно из начала и конца проводника, с направлением тока.

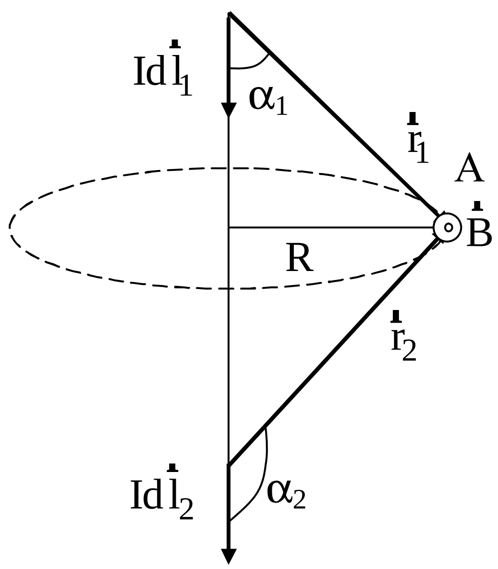


Рис. 24

Направление вектора $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током I в точке A,

$$B = \frac{\mu_o \mu I}{2\pi R},$$

где R – расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

Магнитная индукция в центре витка с током в центре витка

$$B = \frac{\mu_o \mu I}{2R},$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция поля внутри соленоида

$$B = \mu_o \mu n_o I,$$

где n_0 – число витков соленоида, приходящееся на единицу длины.

Закон полного тока.

Циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, умноженной на μ_0:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_o \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

Примеры решения задач

Задача 1

Магнитную индукцию $d\vec{B}$ в точке А создает элемент тока $Id\vec{l}$. Определите направление $d\vec{B}$ и модуль dB в точке А, если Idl = 54 А·м. Координаты элемента тока: $x_1 = \sqrt{5}$ м, $y_1 = 0$; координаты точки А: $x_2 = 0$, $y_2 = 2{,}0$ м.

Дано:
Idl = 54 А·м
$x_1 = \sqrt{5}$ м, $y_1 = 0$
$x_2 = 0$, $y_2 = 2{,}0$ м

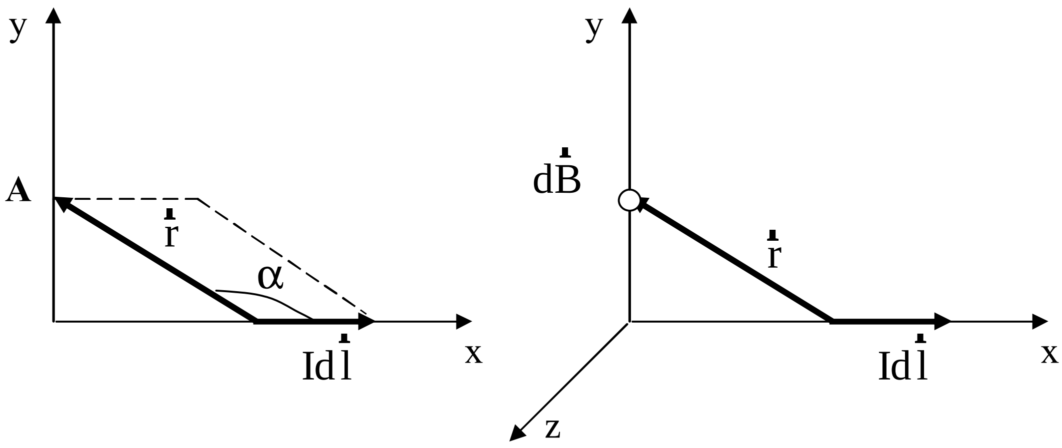
$d\vec{B}$, dB – ?

Решение

Магнитную индукцию $d\vec{B}$ элемента тока можно определить с помощью закона Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o\left[Id\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}.$$

На рис. 25 а изображены элемент тока $Id\vec{l}$, радиус-вектор $\vec{r}$. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $Id\vec{l}$ и $\vec{r}$ (рис. 25 б).



а) б)

Рис. 25

Направление вектора $d\vec{B}$ находится по одному из правил определения направления векторного произведения: 1) если смотреть с конца вектора $d\vec{B}$, кратчайший поворот вектора $Id\vec{l}$ до совмещения с вектором $\vec{r}$ должен происходить против часовой стрелки или 2) если расположить левую руку так, чтобы вектор $\vec{r}$ входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали бы направление элемента тока $Id\vec{l}$, то отогнутый на 90^0 большой палец покажет направление вектора $d\vec{B}$. Из рис. 25 б видно, что вектор $d\vec{B}$ направлен в положительном направлении оси Z, т.е. к нам.

Определим модуль вектора $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu_o I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}.$$

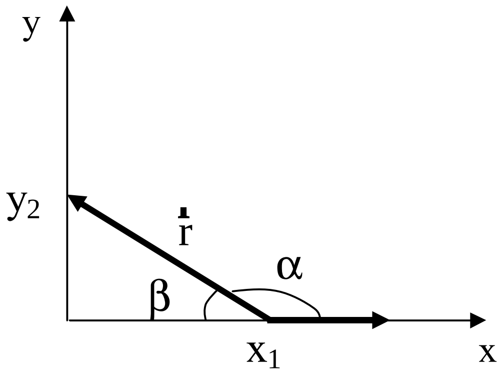


Рис. 26

Из рис. 26 видно, что

$$r^2 = y_2^2 + x_1^2 = 2^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 9 \text{ м}^2,$$

$$\sin\alpha = \sin\beta = \frac{y_2}{r} = \frac{2}{3}.$$

Следовательно,

$$dB = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 54 \cdot 2}{4\pi \cdot 9 \cdot 3} = 0{,}4 \text{ мкТл}.$$

Ответ: вектор $d\vec{B}$ направлен в положительном направлении оси OZ, а его модуль равен 0,4 мкТл.

Задача 2

По прямому горизонтально расположенному проводу длиной 2 м течет ток силой 5 А. Определите индукцию магнитного поля в точке А, находящейся на перпендикуляре, восстановленном к середине проводника, на расстоянии 1 м от проводника.

Дано:

L = 2 м

I = 5 А

R = 1 м

B – ?

Решение

Рассмотрим магнитное поле, созданное прямым проводником. Направление тока выберем так, как показано на рис. 27.

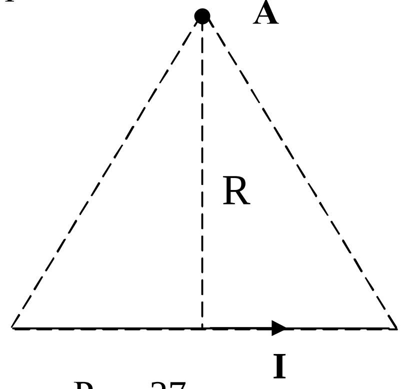


Рис. 27

Определим направление вектора $\vec{B}$ в точке А. Для этого 1) проведем силовую линию радиусом R через точку А (рис. 28 а); 2) определим направление силовой линии по правилу буравчика: если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением силовой линии (рис. 28 б); 3) проведем к силовой линии касательную в точке А, направление которой совпадает с направлением силовой линии. Эта касательная укажет направление вектора $\vec{B}$ в точке А (рис. 28 в). Следовательно, вектор $\vec{B}$ направлен к нам.

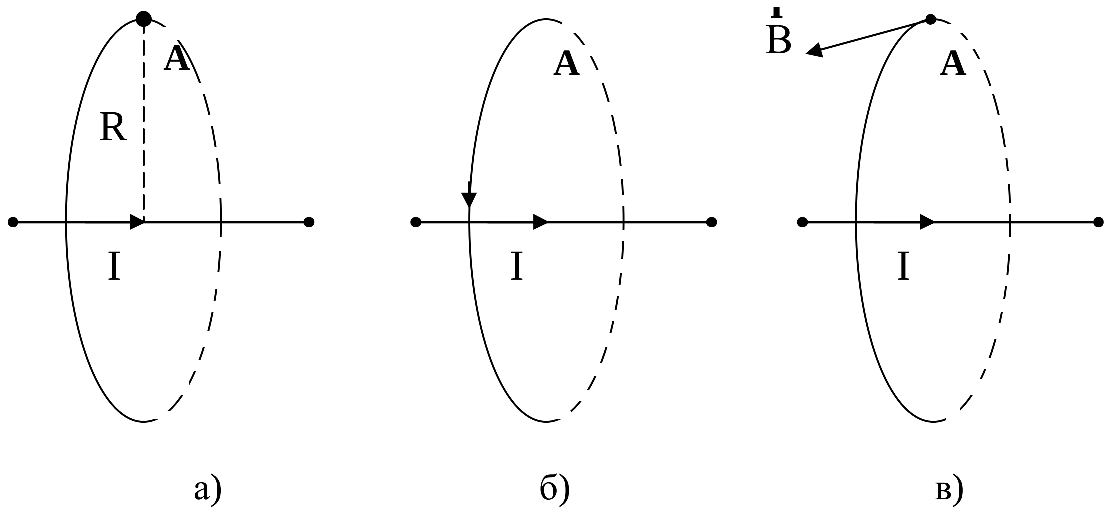


Рис. 28

Определим модуль вектора B по формуле

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right),$$

где α_1 и α_2 – углы, образуемые радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, проведенными в точку А соответственно из начала и конца проводника, с направлением тока (рис. 29).

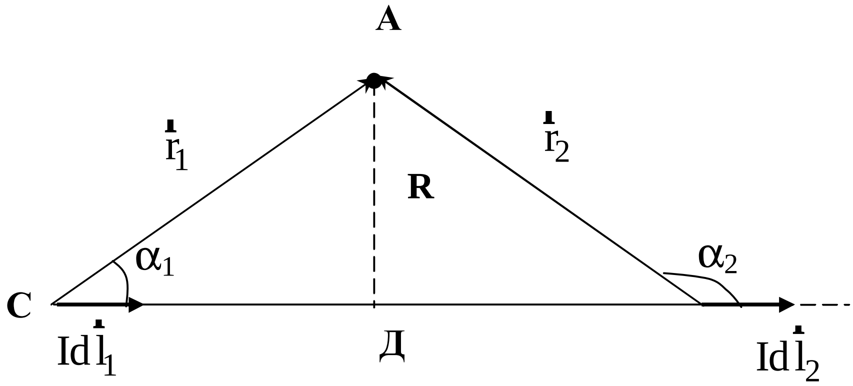


Рис. 29

Из рис. 29 видно, что

$$\cos\alpha_1 = -\cos\alpha_2 = \frac{СД}{СА} = \frac{L}{2r_1}.$$

$$r_1 = \sqrt{СД^2 + СА^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

Следовательно,

$$\cos\alpha_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}; \qquad \cos\alpha_2 = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Сделаем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 2}{4\pi \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}} = 3{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}.$$

Ответ: модуль вектора $\vec{B}$ в точке А равен $3{,}6 \cdot 10^{-7}$ Тл.

Задача 3

Бесконечно длинный прямой проводник, по которому идет ток 5,0 А, согнут под прямым углом. Найти вектор магнитной индукции на расстоянии 0,10 м от вершины угла в точке А, лежащей на биссектрисе прямого угла.

Дано:	Решение
$I = 5{,}0$ А $a = 0{,}10$ м B – ?	Рассматриваем магнитное поле, создаваемое бесконечно длинным прямым проводником с током, согнутым под прямым углом (рис. 30).

Представим бесконечный проводник в виде двух полубесконечных участков проводника: 1 и 2. Согласно принципу суперпозиций полей, магнитная индукция в точке А равна векторной сумме магнитных индукций, созданных каждым участком провода:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определим по правилу буравчика, как показано на рис. 31. Оба вектора направлены перпендикулярно плоскости рисунка – к нам, следовательно, и результирующий вектор магнитной индукции направлен к нам.

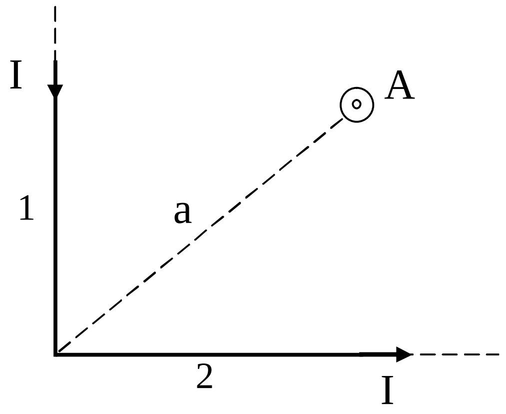


Рис. 30

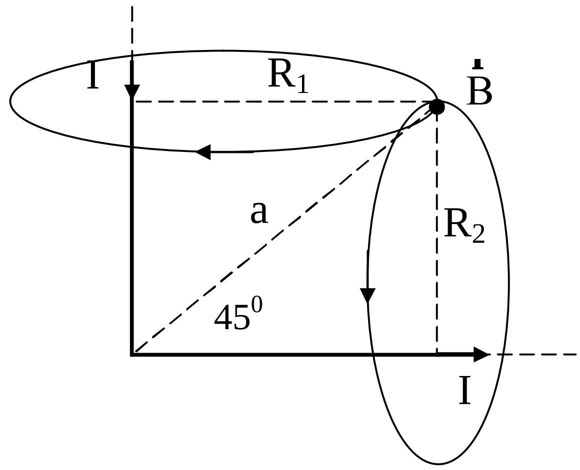


Рис. 31

Так как векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ имеют одинаковое направление, то модуль вектора B равен сумме модулей B_1 и B_2:

$$B = B_1 + B_2.$$

Модуль вектора магнитной индукции прямолинейного проводника определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где R – расстояние от проводника до точки наблюдения A; α_1 и α_2 – углы, образуемые радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, проведенными в точку A из начала и конца проводника, с направлением тока.

Определим модуль B_1. Из рис. 31 видно, что

$$R_1 = a\cos 45^0,$$

а из рис. 32, что $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 135^0$.

Следовательно,

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a\cos 45^0}(\cos 0^0 - \cos 135^0),$$

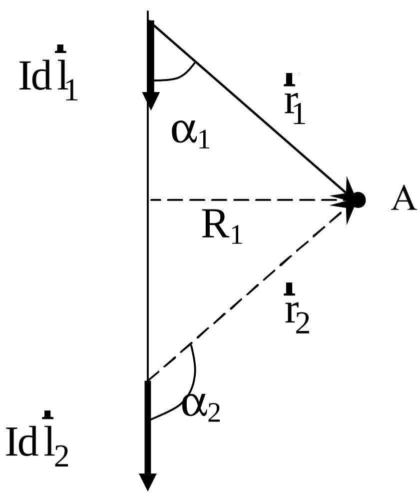


Рис. 32

Определим модуль B_2. Видно из рис. 31, что

$$R_2 = a\sin 45^0,$$

а из рис. 33, что $\alpha_1 = 45$, $\alpha_2 = 180^0$.

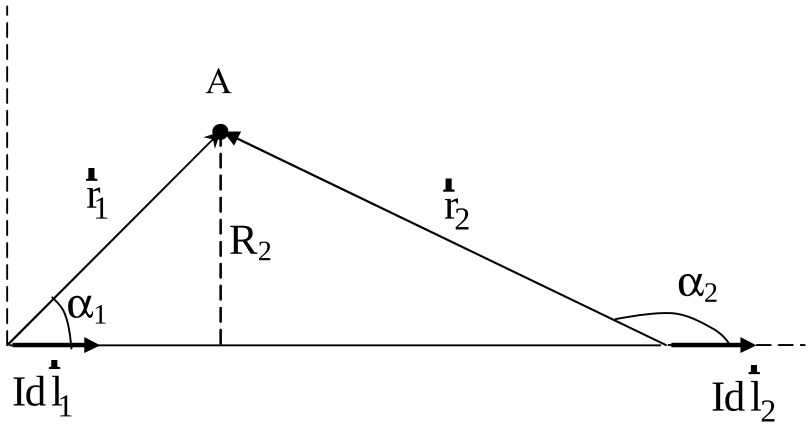


Рис. 33

Следовательно,

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a \sin 45^0}(\cos 45^0 - \cos 180^0).$$

Тогда

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\sqrt{2}\pi a}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right).$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5{,}0}{\pi \cdot 0{,}1 \cdot \sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) = 2{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ (Тл).}$$

Ответ: индукция магнитного поля в точке A равна $2{,}4 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 4

Проводник, по которому течет ток I = 5 A, имеет вид, показанный на рис. 34. Радиус изогнутой части проводника R = 10 см, прямолинейные части проводника очень длинные. Определите индукцию магнитного поля в точке A.

Дано:	Решение:
$I = 5$ А $R = 0{,}1$ м B – ?	Магнитное поле создается изогнутым бесконечно длинным проводником. Представим бесконечно длинный проводник в виде трех участков: прямолинейных 1 и 3 и полуокружности 2 (рис. 34).

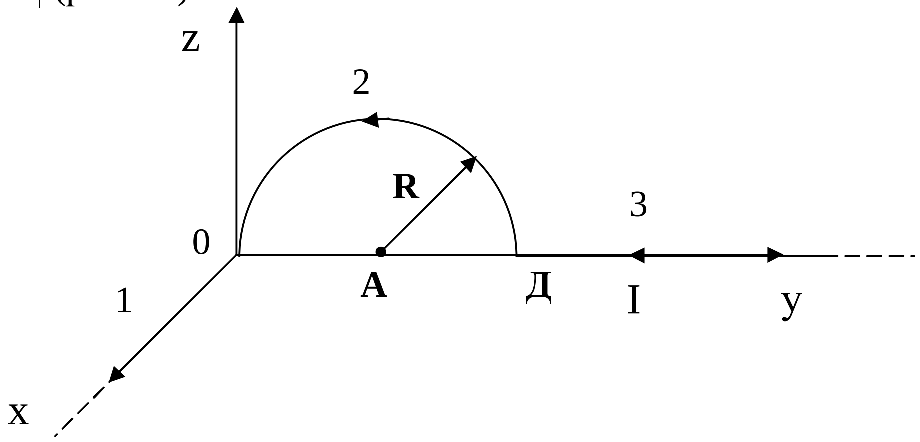


Рис. 34

Прямолинейные участки ограничены с одного конца (точки О и Д) и не ограничены с другого. Согласно принципу суперпозиции полей, магнитная индукция в точке А равна векторной сумме магнитных индукций, созданных каждым участком провода:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Вектор $\vec{B}_3 = 0$ согласно закону Био-Савара-Лапласа. Направление векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определим по правилу буравчика (рис. 35).

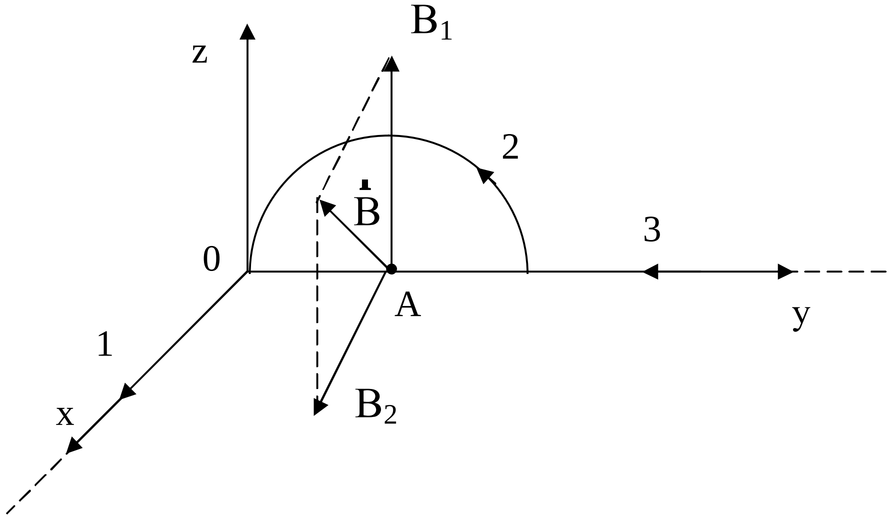


Рис. 35

Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ взаимно перпендикулярны, следовательно,

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}\ .$$

Определим модуль B_1. Модуль магнитной индукции прямолинейного участка 1 определяется по формуле

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{4\pi R_1}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где R_1 – расстояние от проводника до точки A; α_1 и α_2 – углы, образуемые радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, проведенными в точку A соответственно из начала и конца проводника с направлением тока.

Из рис. 36 видно, что

$$R_1 = R, \quad \alpha_1 = 90^0, \quad \alpha_2 = 180^0.$$

Следовательно,

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{4\pi R}.$$

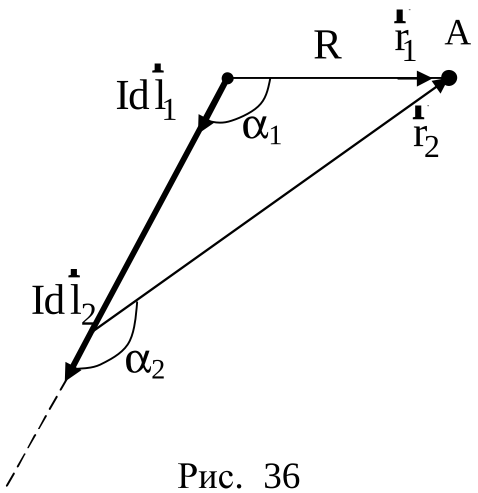


Рис. 36

Модуль магнитной индукции в центре кольца определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_o I}{2R}.$$

Так как у нас имеется только 1/2 часть окружности, то

$$B_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o I}{2R} = \frac{\mu_o I}{4R}.$$

Тогда

$$B = \frac{\mu_o I}{4R}\sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2}}\ .$$

Сделаем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5{,}0}{0{,}1}\sqrt{1 + \frac{1}{3{,}14^2}} = 16 \cdot 10^{-6} = 16 \text{ мкТл}.$$

Ответ: индукция магнитного поля в точке A равна 16 мкТл.

Задача 5

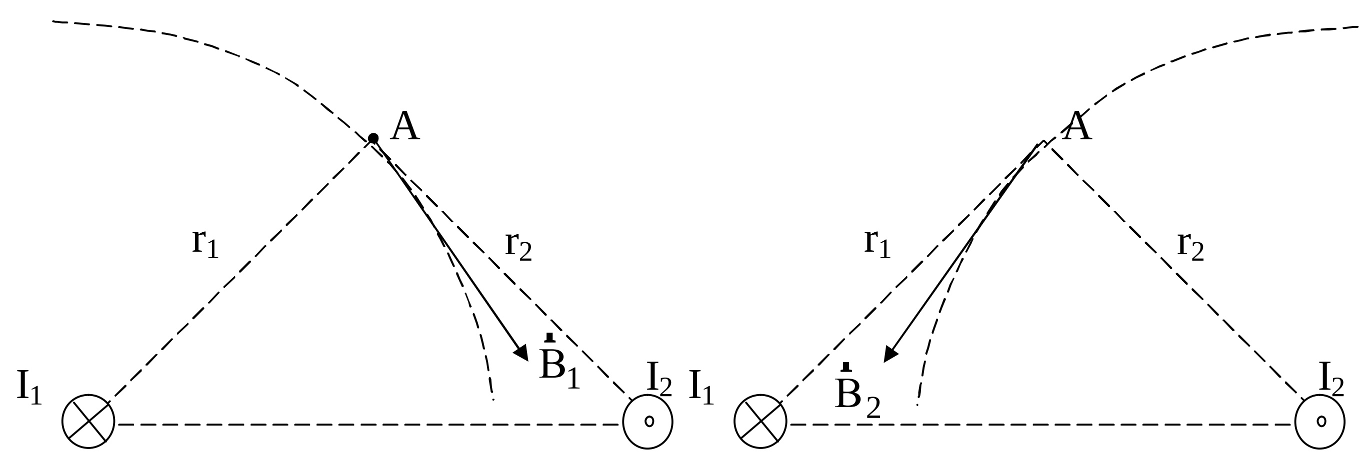
По двум длинным параллельным проводам текут в противоположных направлениях токи силой 10,0 А. Расстояние между проводами 0,30 м. Определить магнитную индукцию в точке А, удаленной от обоих проводников на одинаковое расстояние, равное 0,20 м.

Дано:	Решение:
$I_1 = 10{,}0$ А $I_2 = 10{,}0$ А $a = 0{,}30$ м $r_1 = r_2 = r = 0{,}2$ B – ?	Рассматриваем магнитное поле, созданное двумя бесконечно длинными проводниками с током. Направление токов в проводниках выберем так, как показано на рис. 37. Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А можно определить по принципу суперпозиции полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (1)$$

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ – векторы магнитной индукции полей, созданных проводниками 1 и 2 в точке А.

Определим направление вектора $\vec{B}_1$. Для этого надо провести силовую линию радиусом r_1, определить ее направление по правилу буравчика и провести к ней касательную (рис. 37 а). Учтите, что $\vec{B}_1 \perp r_1$. Аналогично можно определить направление вектора $\vec{B}_2$ (рис. 37 б). Учтите, что $\vec{B}_2 \perp r_2$.



а) б)

Рис. 37

На рис. 38 показано сложение векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ равен β (рис. 38). Квадрат модуля вектора $\vec{B}$ определим по формуле

$$\vec{B}^2 = B^2 = \left(\vec{B}_1 + \vec{B}_2\right)^2 = \vec{B}_1^2 + 2\vec{B}_1\vec{B}_2 + \vec{B}_2^2 = B_1^2 + 2B_1B_2\cos\beta + B_2^2.$$

Следовательно,

$$B = \sqrt{B_1^2 + 2B_1B_2\cos\beta + B_2^2}\,. \qquad (3)$$

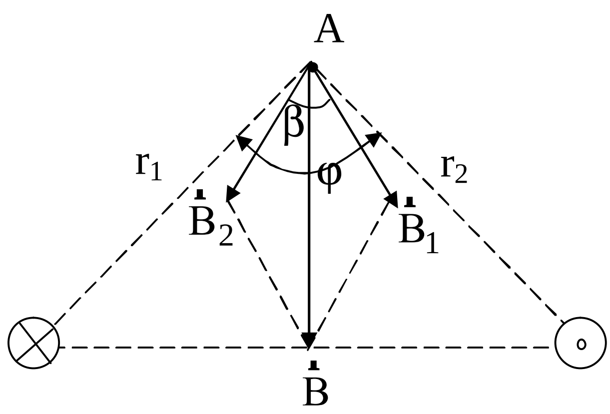


Рис. 38

Модуль вектора магнитной индукции каждого из проводников найдем по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \qquad (2)$$

где r – расстояние от проводника до точки A.

Чтобы определить угол β, учтем, что $\vec{B}_1 \perp R_1$, $\vec{B}_2 \perp R_2$, а угол между r_1 и r_2 равен φ.Тогда

$$\beta + \varphi = \pi. \qquad (4)$$

По теореме косинусов имеем

$$a^2 = r_1^2 - 2r_1r_2\cos\varphi + r_2^2. \qquad (5)$$

Из соотношений (4) и (5) получаем

$$\cos\beta = -\cos\varphi = (a^2 - r_1^2 - r_2^2) / (2r_1r_2).$$

Следовательно,

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2\left(a^2-r_1^2-r_2^2\right)}{2r_1r_2r_1r_2}\right]^{1/2}=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi r_1r_2}.$$

Произведем вычисления:

$$B=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot10\cdot0{,}30}{2\pi\cdot0{,}20\cdot0{,}20}=1{,}5\cdot10^{-5}\,(\text{Тл}).$$

Ответ: магнитная индукция в точке A равна $1{,}5\cdot10^{-5}$ Тл.

Задача 6

Проводник представляет собой бесконечный цилиндрический слой, внутренний радиус которого R_1 = 1 мм, внешний R_2 = 2 мм. По проводнику течет ток, плотность которого меняется с расстоянием от оси по закону $j = kr$, где k – $2\cdot10^8$ А/м. Определить индукцию магнитного поля в трех точках, расположенных на расстояниях r_1 = 0,5 мм, r_2 = 1,5 мм и r_3 = 4 мм.

Дано:	Решение:
R_1 = 1 мм R_2 = 2 мм $j = 2\cdot10^8$ **r** r_1 = 0,5 мм r_2 = 1,5 мм r_3 = 4 мм	Магнитное поле создается током, текущим по цилиндрическому слою. Рассмотрим сечение этого проводника (рис. 39).
B_1 – ? B_2 – ? B_3 – ?	

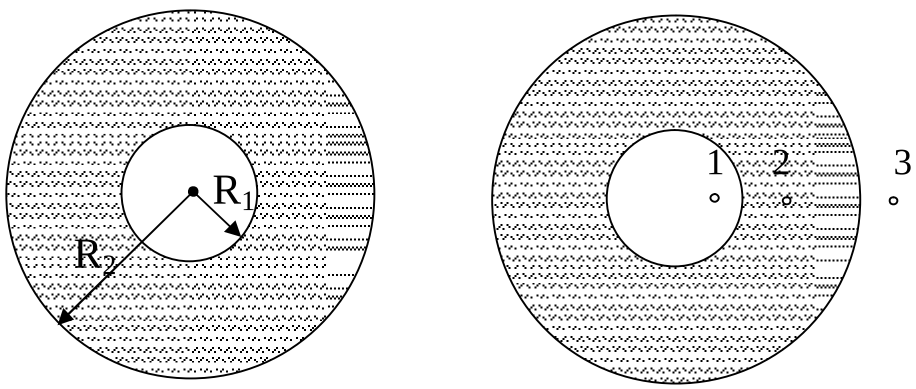


Рис. 39

Данная система вследствие симметрии создает поле, линии индукции которого являются окружностями, лежащими в плоскостях, перпендикулярных оси проводника и концентричных ей.

Магнитная индукция, созданная прямым бесконечно длинным проводником с током, обратно пропорциональна расстоянию от точки, где определяется В, до оси проводника. Отсюда следует, что во всех точках линии индукции величина магнитной индукции одинакова. Это позволяет воспользоваться для расчета индукции поля законом полного тока:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint B dl \cos\left(\vec{B}, d\vec{l}\right) = \mu_o \sum I_i ,$$

где $\sum I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром интегрирования.

Контуры проведем через точки 1, 2, 3 так, чтобы они совпали с линиями индукции (рис. 40).

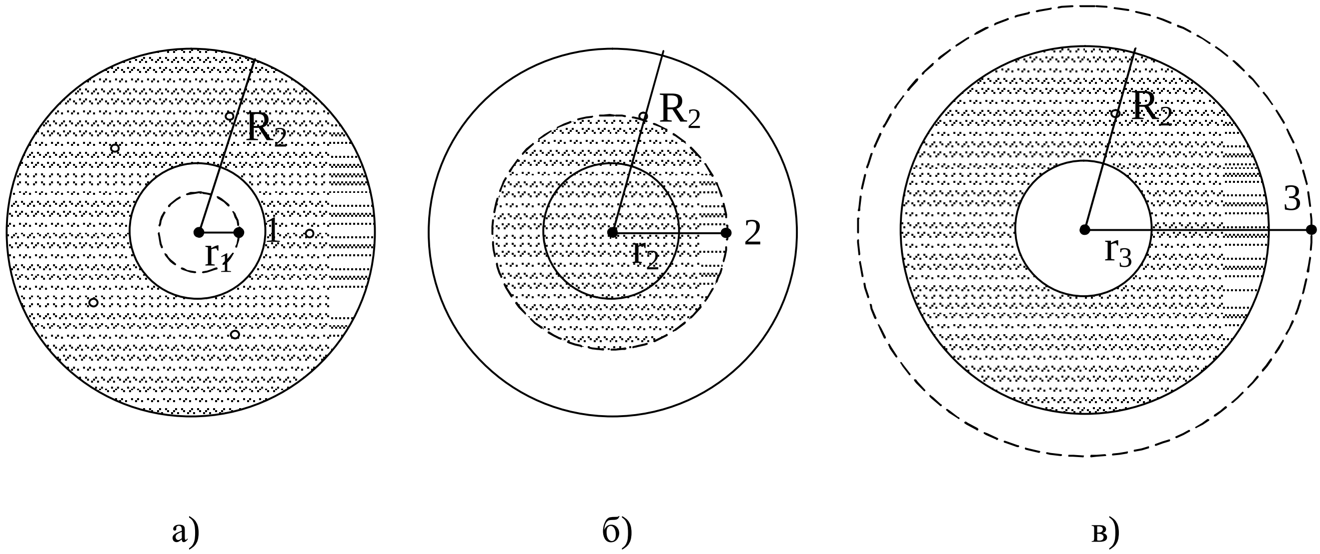


Рис. 40

Направление обхода контуров L_1, L_2, L_3 выберем так, чтобы оно составляло правовинтовую систему с током, текущим в проводнике. Пусть ток течет к нам, а направление обхода против часовой стрелки. Во всех точках любого из контуров угол $\vec{B}d\vec{l}$ = 0.

Следовательно, циркуляции вектора индукции на этих контурах

$$\oint_{L_1} B_1 dl = B_1 L_1 = B_1 2\pi r_1;$$

$$\oint_{L_2} B_2 dl = B_2 L_2 = B_2 2\pi r_2;$$

$$\oint_{L_3} B_3 dl = B_3 L_3 = B_3 2\pi r_3.$$

Найдем токи, охватываемые контурами. Ток, охватываемый первым контуром,

$$I_1 = 0,$$

так как весь контур оказывается в полости.

Ток, охватываемый вторым контуром, I_2 течет через сечение, изображенное на рис. 40 б с помощью штриховки.

Так как плотность тока в различных точках неодинакова, то нужно заштрихованную площадку разбить на элементарные площадки dS (рис. 41), найти токи, текущие через каждую из этих площадок $dI = jdS$, а затем эти элементарные токи сложить.

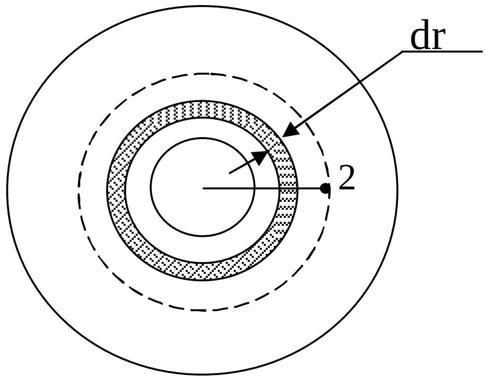


Рис. 41

$$I_2 = \int_{R_1}^{r_2} jdS,$$

где

$$dS = 2\pi r dr, \qquad j = kr.$$

Следовательно,

$$I_2 = \int_{R_1}^{r_2} kr^2 2\pi dr = \frac{2}{3}\pi k\left(r_2^2 - R_1^2\right).$$

Ток, охватываемый третьим контуром, течет через все сечение проводника (рис. 40 в).

$$I_3 = \int_{R_1}^{R_2} jdS = \int_{R_1}^{R_2} kr^2 2\pi dr = \frac{2}{3}\pi k\left(R_2^3 - R_1^3\right).$$

Итак,

1) $B_1 2\pi r_1 = \mu_0 I_1 = 0;$

$B_1 = 0;$

2) $B_2 2\pi r_2 = \mu_o \dfrac{2}{3}\pi k\left(r_2^3 - R_1^3\right);$

$$B_2 = \frac{\mu_o k}{3r_2}\left(r_2^3 - R_1^3\right);$$

3) $B_3 2\pi r_3 = \mu_o \dfrac{2}{3}\pi k\left(R_2^3 - R_1^3\right);$

$$B_3 = \frac{\mu_o k}{3r_3}\left(R_2^3 - R_1^3\right).$$

Сделаем вычисления:

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-9}(1{,}5^3 - 1^3)}{3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}33 \cdot 10^{-4} \text{ Тл},$$

$$B_3 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-9}(2^3 - 1^3)}{3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 1{,}47 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}.$$

Ответ: индукция магнитного поля в точке 1 равна 0, в точке 2 – $1{,}33 \cdot 10^{-4}$ Тл, в точке 3 – $1{,}47 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Домашнее задание

З а д а ч а 1

Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии r один от другого. По проводам текут токи I_1 и I_2. Найти магнитную индукцию в точке, находящейся на расстоянии r_1 от первого проводника и r_2 от второго. Данные своего варианта возьмите в табл. 6.

Таблица 6

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I_1, А	10	30	50	20	10	10	30	50	20	10
I_2, А	10	30	100	30	5	10	30	100	30	5
r, см	5	15	20	10	25	5	5	20	10	25
r_1, см	3	9	25	10	20	2	3	25	10	10
r_2, см	3	16	40	10	30	3	4	40	10	30
	Токи I_1 и I_2 текут в одном направлении					Токи I_1 и I_2 текут в противоположном направлении				

З а д а ч а 2

По плоскому проводу из тонкого провода течет ток силой I = 100 А. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого этим током в точке О (рис. 42).

Радиус R изогнутой части контура равен 20 см. Номер рисунка соответствует номеру варианта.

З а д а ч а 3

Тонкий непроводящий диск радиусом 0,3 м равномерно заряжен с плотностью 2 мкКл/см^2. Определить магнитную индукцию на оси диска на расстоянии 40 см от его центра, если диск вращается равномерно, делая 100 об/с.

Рис. 42

Действие магнитного поля на движущийся заряд, проводник с током и контур с током

Основные понятия, величины и законы

Магнитная составляющая силы Лоренца

Сила, с которой магнитное поле действует на движущийся заряд

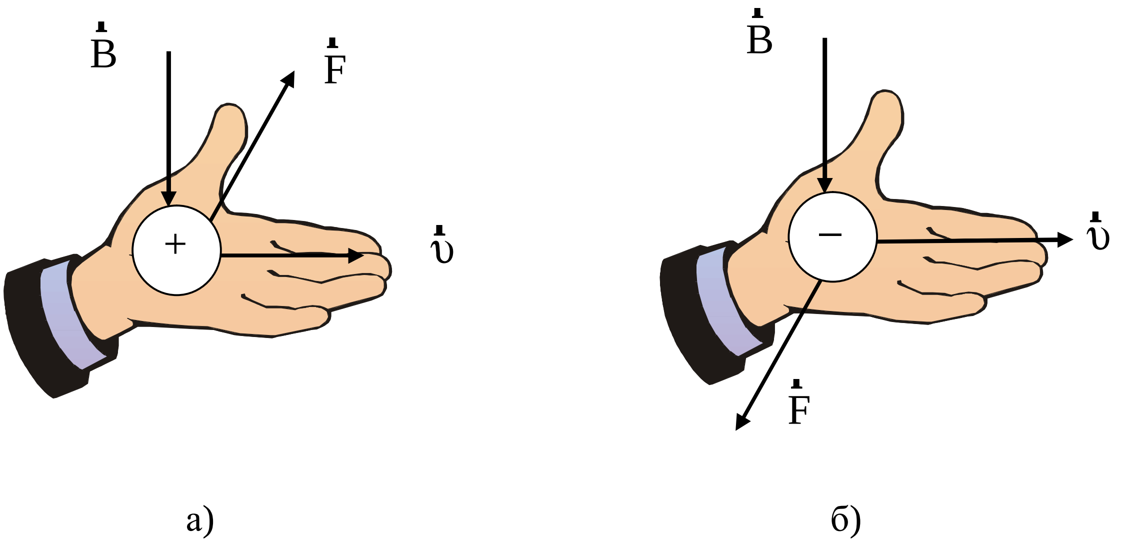
$$\vec{F} = Q[\vec{\upsilon}, \vec{B}],$$

модуль силы равен

$$F = Q\upsilon B\sin\alpha,$$

где Q – заряд, движущийся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ со скоростью $\vec{\upsilon}$, α – угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Направлена сила перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$, ее направление определяется или по правилу левой руки: если расположить левую ладонь так, чтобы составляющая вектора магнитной индукции, перпендикулярная скорости заряда входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по движению положительного заряда, то отогнутый на 90^0 большой палец покажет направление силы, действующей на данный заряд (рис. 43 а). На отрицательный заряд сила действует в противоположную сторону (рис. 43 б).



а) б)

Рис. 43

На рис. 44 показаны взаимные расположения векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}$ для положительного и отрицательного зарядов.

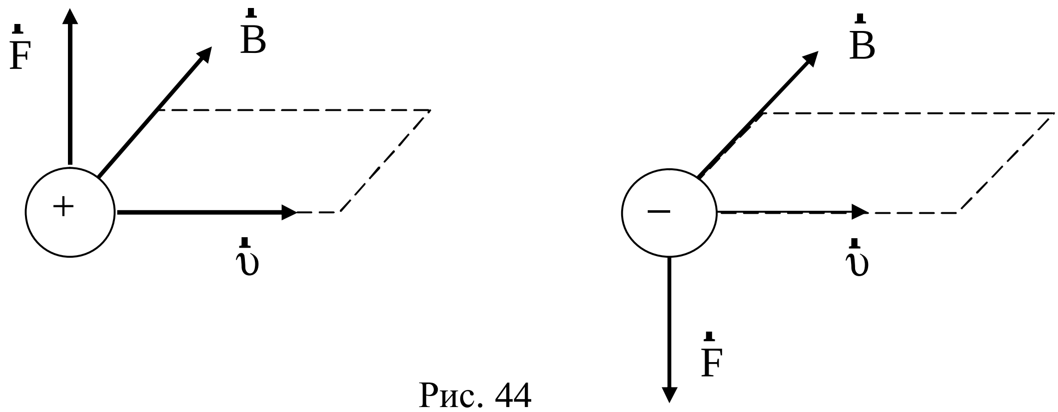


Рис. 44

Формула Лоренца

Определяет силу, если на заряд одновременно действуют электрическое $\vec{E}$ и магнитное $\vec{B}$ поля.

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

Закон Ампера

Определяет силу $d\vec{F}$, с которой магнитное поле $\vec{B}$ действует на элемент проводника с током $Id\vec{l}$

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}],$$

модуль силы Ампера

$$dF = IdlB\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Направлена сила перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ (рис. 45), ее направление определяется по правилу левой руки: если расположить левую ладонь так, чтобы составляющая вектора магнитной индукции, перпендикулярная к проводнику, входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на 90^0 большой палец покажет направление силы, действующей на элемент тока.

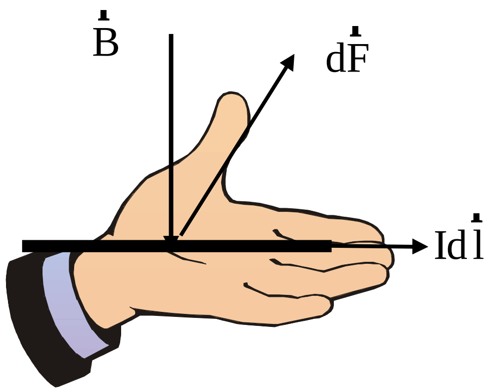


Рис. 45

На рис. 46 показаны взаимные расположения векторов $I d\vec{l}$, $\vec{B}$ и $d\vec{F}$.

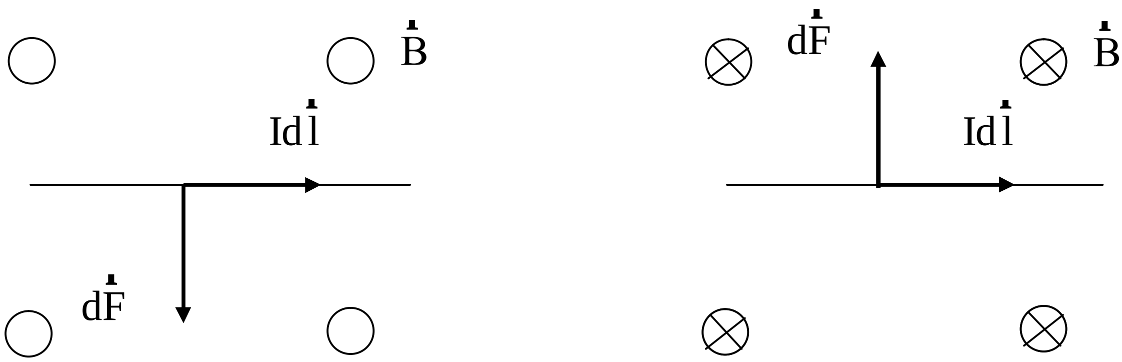


Рис. 46

Сила Ампера, действующая на проводник с током длиной L,

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F}.$$

Вращающий момент, действующий на плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура, $\vec{B}$ – магнитная индукция.

Модуль вращающего момента равен

$$M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Направлен вращающий момент перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ (рис. 47). Направление момента определяется по правилу левой руки: если расположить левую ладонь так, чтобы составляющая вектора магнитной индукции, перпендикулярная вектору магнитного момента, входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по магнитному моменту, то отогнутый на 90^0 большой палец покажет направление вращающего момента.

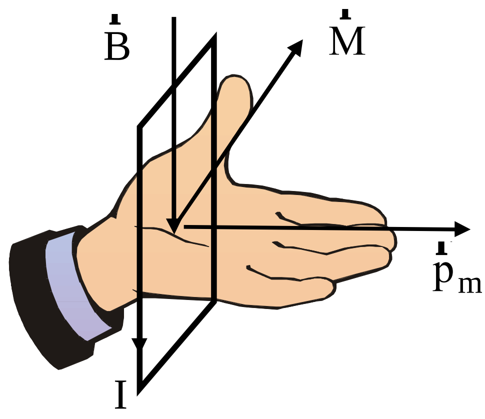


Рис. 47

На рис. 48 показаны взаимные расположения векторов $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ и $\vec{M}$.

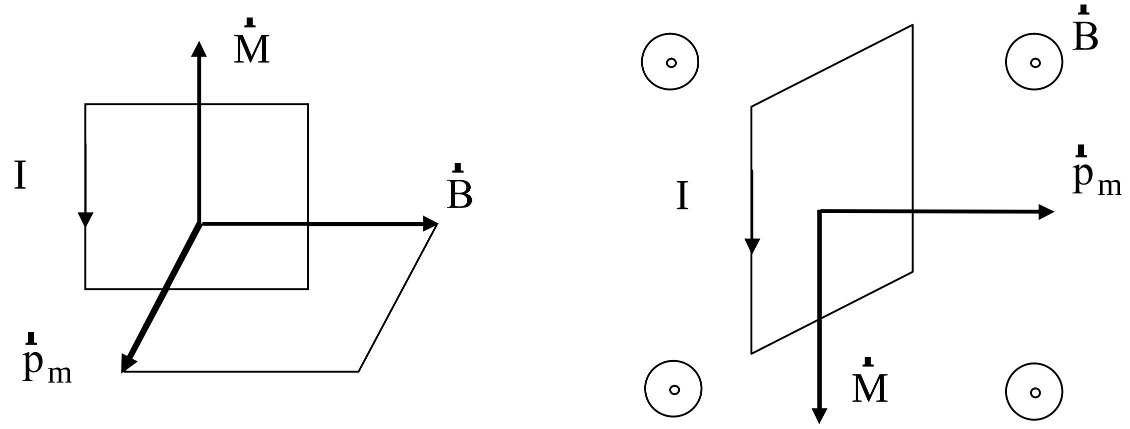


Рис. 48

Примеры решения задач

Задача 1

Пройдя разность потенциалов 2000 В, отрицательно заряженная частица влетает в однородное магнитное поле с индукцией $1{,}5\cdot10^{-4}$ Тл перпендикулярно к силовым линиям поля и движется в нем по дуге окружности радиусом 1,0 м. Найти отношение заряда частицы к ее массе (удельный заряд).

Дано:	Решение:
$U = 2000$ В $B = 1{,}5\cdot10^{-4}$ Тл $R = 1{,}0$ м	Рассмотрим движение частицы в электрическом и магнитном полях. На заряженную частицу в электростатическом поле действует сила
$\dfrac{Q}{m}$ – ?	$$\vec{F} = Q\vec{E}.$$

По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = Q\vec{E}.$$

Так как отрицательная частица ускоряется, то векторы силы и скорости должны быть сонаправлены, а поэтому напряженность поля $\vec{E}$ и скорость $\vec{\upsilon}$ направлены в противоположные стороны (рис. 49).

Скорость, которую частица приобретает в электрическом поле υ и с которой она влетает в магнитное поле $\vec{B}$, можно определить с помощью теоремы о кинетической энергии: изменение кинетической энергии электрона ΔW равно работе сил электрического поля:

$$\Delta W = A. \tag{1}$$

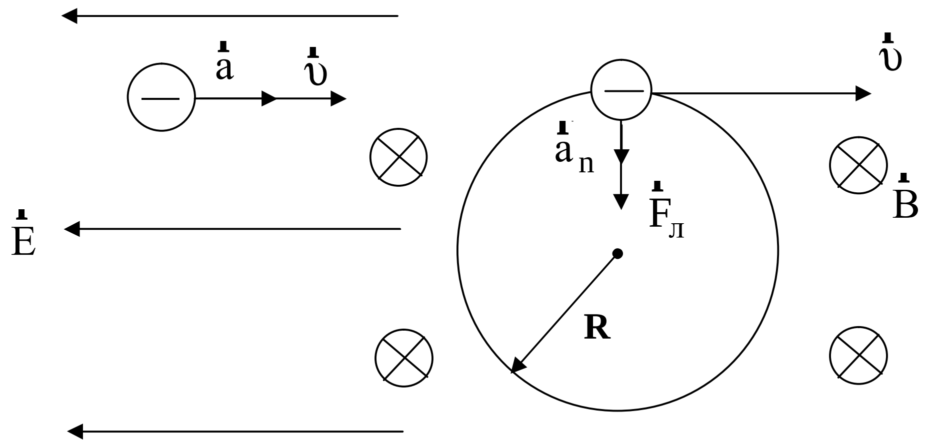


Рис. 49

Работа сил поля равна

$$A = |Q|U, \tag{2}$$

где Q – заряд частицы, U – разность потенциалов.

Изменение кинетической энергии

$$\Delta W = W_2 - W_1.$$

Считая $W_1 = 0$ и $W_2 = \frac{m\upsilon^2}{2}$, получаем

$$\Delta W = \frac{m\upsilon^2}{2}. \tag{3}$$

На основании (2) и (3) переписываем равенство (1)

$$eU = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда определяем скорость, с которой частица влетает в магнитное поле

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \tag{4}$$

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F}_л$. Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки: левую руку надо расположить так, чтобы перпендикулярная к скорости составляющая линий индукции магнитного поля входила в ладонь, четыре вытянутых пальца указывали направление скорости движения частицы, тогда отогнутый большой палец укажет направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу; если частица заряжена отрицательно, то направление силы будет противоположным (рис. 49). Сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору скорости. Заряженная частица под действием этой силы приобретает центростремительное ускорение $a_ц$ и начинает двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной направлению силовых линий.

Величину силы Лоренца можно определить по формуле

$$F_л = e\upsilon B\sin\alpha, \tag{5}$$

где α – угол между направлениями векторов скорости и магнитной индукции. $\alpha = 90^0$, так как $\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$.

Если пренебречь силой тяжести, то второй закон Ньютона для частицы в магнитном поле можно записать в виде

$$m\vec{a}_ц = \vec{F}_л.$$

В проекции на направление ускорения

$$ma_ц = F_л. \tag{6}$$

Учитывая (5) и то, что $a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, получим

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = Q\upsilon B.$$

Следовательно,

$$\frac{Q}{m} = \frac{\upsilon}{BR}. \tag{7}$$

Подставим (4) в (7) и возведем обе части полученного выражения в квадрат

$$\frac{Q^2}{m^2} = \frac{2QU}{mB^2R^2}.$$

Следовательно, удельный заряд частицы можно определить по формуле

$$\frac{Q}{m} = \frac{2U}{B^2R^2}.$$

Подставив значения величин в формулу (8), найдем

$$\frac{Q}{m} = 1{,}8 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Ответ: удельный заряд частицы $1{,}8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Задача 2

Протон, имеющий скорость $\upsilon = 10^4$ м/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Вектор скорости протона направлен под углом $\alpha = 60^0$ к линиям индукции. Определить шаг и радиус винтовой линии, по которой движется протон.

Дано:	Решение:
$\upsilon = 10^4$ м/с $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $B = 0{,}01$ Тл $\alpha = 60^0$	На протон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F}_л = Q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$.
h – ? R – ?	Удобно представить вектор скорости $\vec{\upsilon}$ как сумму двух составляющих, одна из которых $\vec{\upsilon}_1$ направлена по линиям индукции, а вторая $\vec{\upsilon}_2$ – перпендикулярно им (рис. 50). Тогда

$$\vec{F}_л = Q[(\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2), \vec{B}] = Q[\vec{\upsilon}_2, \vec{B}],$$

так как $[\vec{\upsilon}_1, \vec{B}] = 0$.

Составляющая скорости $\vec{\upsilon}_1$ не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Составляющая $\vec{\upsilon}_2$ под действием силы Лоренца непрерывно изменяет направление. Таким образом, протон участвует в двух движениях: равномерном и прямолинейном

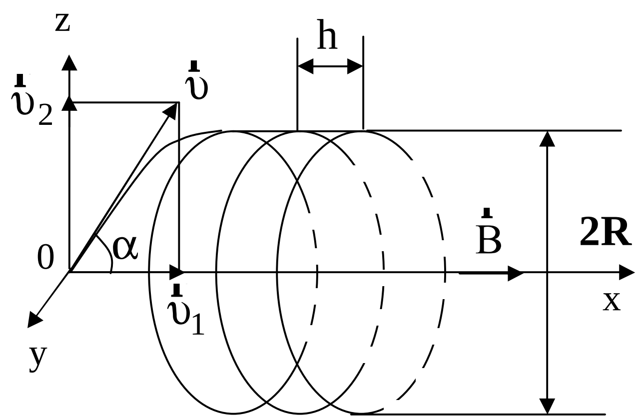


Рис. 50

со скоростью $\upsilon_1 = \upsilon\cos\alpha$ параллельно линиям индукции (вдоль оси OX) и равномерном движении по окружности со скоростью $\upsilon_2 = \upsilon\sin\alpha$ в плоскости YOZ (рис. 50).

В результате одновременного участия в движениях по окружности и по прямой протон будет двигаться по винтовой линии, ось которой совпадает с направлением $\vec{B}$. Радиус окружности, по которой движется протон, найдем следующим образом. Сила Лоренца сообщает протону нормальное ускорение a_n.

По второму закону Ньютона

$$m\vec{a}_n = \vec{F}_л = Q[\vec{\upsilon}_2, \vec{B}].$$

В проекции на направление ускорения

$$ma_n = F_л,$$

$$\frac{m\upsilon_2^2}{R} = Q\upsilon_2 B,$$

отсюда

$$R = \frac{m\upsilon_2}{QB} = \frac{m\upsilon_2 \sin\alpha}{QB}.$$

Шаг винтовой линии (т.е. расстояние, которое проходит частица вдоль линии поля за один оборот) будет равен

$$h = \upsilon_1 T = \upsilon\cos\alpha T.$$

Время одного оборота

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon_2} = \frac{2\pi m\upsilon\sin\alpha}{B\sin\alpha QB} = \frac{2\pi m}{QB}.$$

Следовательно,

$$h = \frac{2\pi m\upsilon\cos\alpha}{QB}.$$

Подставим числовые данные и произведем вычисления:

$$R = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 10^{4}\sqrt{3}}{1{,}6\cdot 10^{-19}0{,}01\cdot 2} = 9\cdot 10^{-3}\text{ м},$$

$$h = \frac{2\pi\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}10^{4}0{,}5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}01} = 3{,}3\cdot 10^{-2}\text{ м}.$$

Ответ: радиус винтовой линии $9\cdot 10^{-3}$ м, шаг винтовой линии $3{,}3\cdot 10^{-2}$ м.

Задача 3

Параллельно длинному проводнику, по которому течет ток силой 5 А, на расстоянии 0,1 м расположен прямой проводник длиной 0,1 м с током 0,2 А. Определить силу, действующую на короткий проводник.

Дано:	Решение:
$I_1 = 5$ А $I_2 = 0{,}2$ А $l = 0{,}1$ м $a = 0{,}1$ м $\vec{F}$ – ?	На проводник с током I_2, находящийся в магнитном поле длинного прямого проводника с током I_1, действует сила Ампера. Проводник с током I_1 создает неоднородное магнитное поле. Линии магнитной индукции в области, где находится короткий проводник, направлены на нас (правило буравчика) (рис. 51).

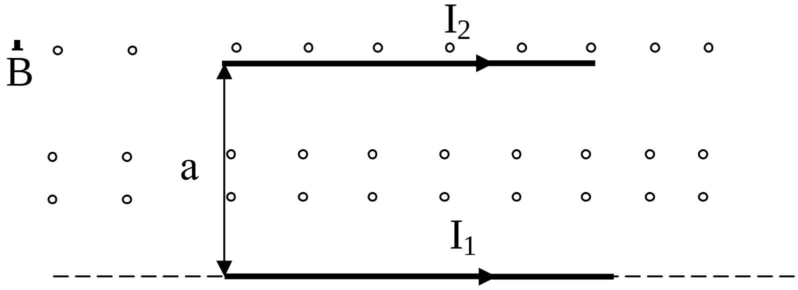


Рис. 51

Индукция магнитного поля этого проводника определяется по формуле

$$B = \mu_o \frac{I_1}{2\pi r},$$

где r – расстояние от проводника до рассматриваемой точки.

Так как проводники параллельны, то в любой точке короткого проводника

$$B = \mu_o \frac{I_1}{2\pi a}.$$

Разобьем проводник с током I_2 на элементарные участки (рис. 52).

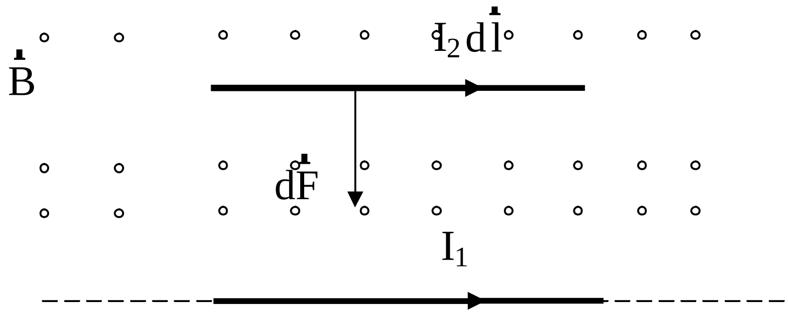


Рис. 52

На каждый элемент тока короткого проводника действует сила Ампера, величина и направление которой определяется по закону:

$$d\vec{F} = \left[I_2 d\vec{l}, \vec{B} \right],$$

$$dF = I_2 dlB \sin\left[d\vec{l}, \vec{B} \right].$$

Применив правило левой руки, найдем направление силы, действующей на элемент проводника (рис. 52). Так как все элементарные силы $d\vec{F}$ параллельны, то результирующая сила направлена также как $d\vec{F}$ (рис. 53).

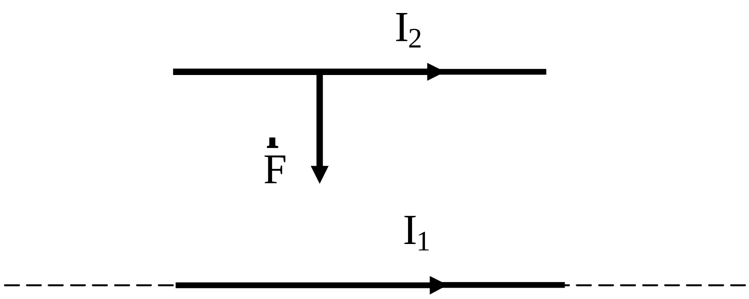


Рис. 53

Во всех точках короткого проводника $d\hat{\vec{l}\vec{B}} = \pi/2$, поэтому

$$dF = I_2 dlB = \frac{\mu_o I_1 I_2 dl}{2\pi a}.$$

Величина результирующей силы

$$F = \int\limits_{l} \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} dl = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} l.$$

Вычисляя F, получим:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}1}{2\pi \cdot 0{,}1} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Ответ: на проводник действует сила $1 \cdot 10^{-7}$ Н.

Задача 4

Перпендикулярно длинному проводнику, по которому течет ток силой 5 А, расположен прямой проводник длиной 0,1 м с током 0,2 А. Его ближний конец находится на расстоянии 0,1 м от длинного проводника. Определить силу, действующую на короткий проводник.

Дано:	Решение
$I_1 = 5А$ $I_2 = 0{,}2$ А $l = 0{,}1$ м $a = 0{,}1$ м	На проводник с током I_2, находящийся в магнитном поле длинного прямого проводника с током I_1, действует сила Ампера. Проводник с током I_1 создает неоднородное магнитное поле. Линии магнитной индукции в области, где находится короткий проводник, направлены на нас по правилу буравчика (рис. 54).
$F - ?$	

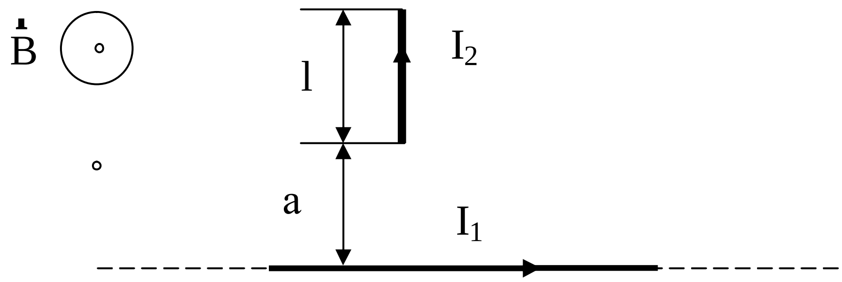


Рис. 54

Индукция магнитного поля этого проводника определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r},$$

где r – расстояние от проводника до рассматриваемой точки.

Разобьем проводник с током I_2 на элементарные участки. На каждый элемент тока короткого проводника действует сила Ампера, величина и направление которой определяются по закону:

$$d\vec{F} = \left[I_2 d\vec{l}, \vec{B}\right].$$

$$dF = I_2 dl B \sin\left[d\vec{l}, \vec{B}\right].$$

Применив правило левой руки, найдем направление силы, действующей на элемент проводника (рис. 55).

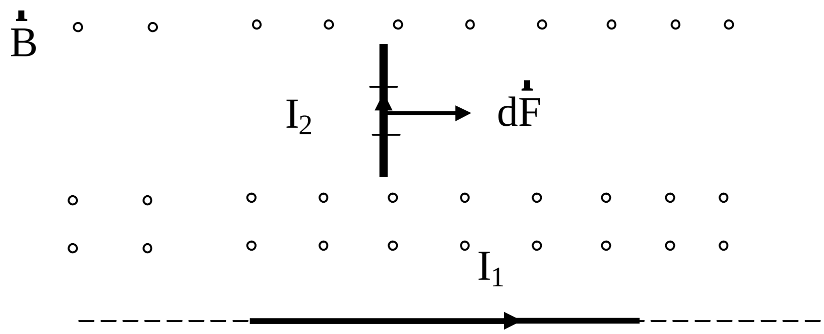


Рис. 55

Так как все элементарные силы $d\vec{F}$ параллельны, то результирующая сила F направлена также, как $d\vec{F}$ (рис. 56).

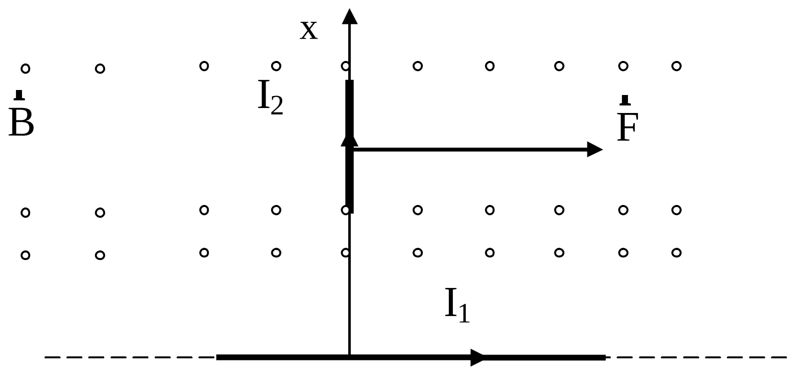


Рис. 56

Во всех точках короткого проводника $d\vec{l}, \vec{B}$ = π/2, поэтому

$$dF = I_2\,dlB = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi r}.$$

Величина результирующей силы

$$F = \int_L dF.$$

Введем для расчета силы ось OX (рис. 56). Учтем, что $r = x$, $dl = dx$, тогда

$$F = \int_d^{a+l} \frac{\mu_0 I_1 I_2 dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{a+l}{a}.$$

Вычисляя F, получим

$$F = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi} 5\cdot 0{,}2\cdot \ln 2 = 1{,}4\cdot 10^{-7}\,(\text{Н}).$$

Ответ: сила, действующая на короткий проводник, равна $1{,}4\cdot 10^{-7}$ Н.

Задача 5

Проводник в виде четверти кольца длиной L, по которому течет ток I, расположен в однородном магнитном поле с индукцией B в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Найти силу, действующую на проводник.

Дано:
I, L, B

$\vec{F}$ – ?

Решение

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Направление индукции магнитного поля $\vec{B}$ и тока I в проводнике выберем так, как показано на рис. 57.

Разобьем проводник на элементы тока. На элемент тока $Id\vec{l}$ действует сила Ампера, величина и направление которой определяется по закону

$$d\vec{F} = [Id\vec{l}, \vec{B}],$$

$$dF = IdlB\sin[d\vec{l}\,\vec{B}].$$

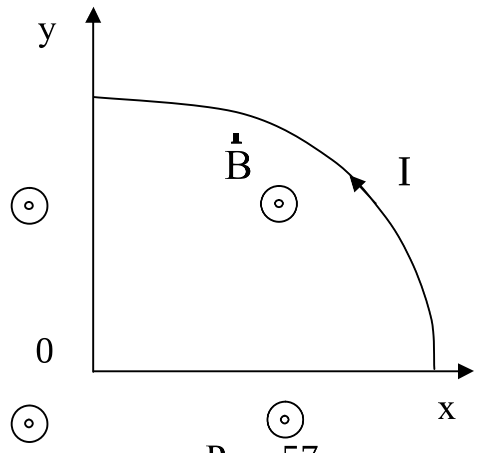


Рис. 57

По условию, во всех точках проводника $d\vec{l}\,\vec{B} = \pi/2$. Поэтому

$$dF = IdlB.$$

Направление силы $d\vec{F}$ можно определить по правилу левой руки (рис. 58).

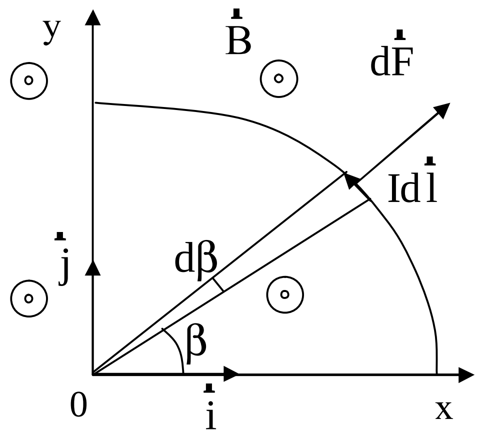


Рис. 58

При переходе от одного элемента тока к другому направление силы $d\vec{F}$ непрерывно изменяется, но всегда направлено по радиусам кольца. Поэтому, для нахождения результирующей силы $\vec{F}$, следует отдельно искать ее проекции на координатные оси OX и OY

$$F_x = \int dF_x , \qquad F_y = \int dF_y ,$$

где dF_x и dF_y – проекции элементарных сил на оси координат.

Силу $\vec{F}$ можно представить в виде

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j},$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$ – единичные орты.

Величина результирующей силы

$$F = \sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2} .$$

Из рис. 58 видно, что

$$dF_x = dF \cos \beta = IBdl\cos\beta,$$

$$dF_y = dF \sin \beta = IBdl\sin\beta.$$

При переходе от одного элемента dl к другому угол β изменяется, т.е. написанные выше выражения содержат две переменные.

В качестве переменной интегрирования удобно взять угол β, тогда

$$dl = R\,d\beta, \qquad dF_x = IBR\cos\beta d\beta, \qquad dF_y = IBR\sin\beta d\beta.$$

При интегрировании угол β изменяется от 0 до $\pi/2$, поэтому

$$F_x = IBR\int_0^{\pi/2}\cos\beta d\beta = IBR\sin\beta\Big|_0^{\pi/2} = IBR.$$

$$F_y = IBR\int_0^{\pi/2}\sin\beta d\beta = -IBR\cos\beta\Big|_0^{\pi/2} = IBR.$$

По известным проекциям F_x и F_y вычисляем модуль силы F, а именно

$$F = IBR\sqrt{2}.$$

С учетом того, что $R = \dfrac{2L}{\pi}$, получим

$$F = IBL2\sqrt{2}/\pi.$$

Направлен вектор $\vec{F}$ по биссектрисе прямого угла YOX (рис. 59).

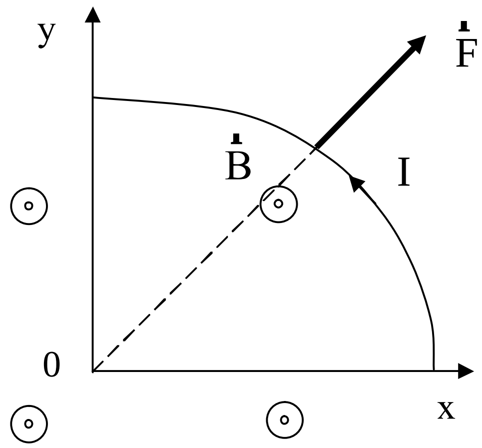


Рис. 59

Задача 6

Плоский контур с током находится в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси OX (рис. 60). Определите направления магнитного момента контура и вращающего момента, действующего на контур с током.

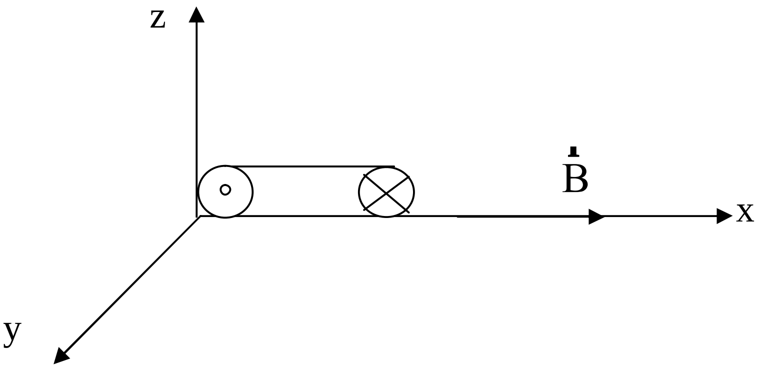


Рис. 60

Здесь – обозначение контура с током, перпендикулярного плоскости чертежа, – ток направлен от нас, – ток направлен к нам.

Дано:	Решение
I S B	Рассмотрим контур с током, который находится в магнитном поле.
$\vec{p}_m$ – ? $\vec{M}$ – ?	Магнитный момент контура определяется по формуле

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где I – сила тока в контуре, S – площадь контура, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности S.

Направление вектора $\vec{n}$ определяется по правилу буравчика: если вращательное движение буравчика совпадает с направлением тока, то его поступательное движение укажет направление вектора $\vec{n}$ (рис. 61).

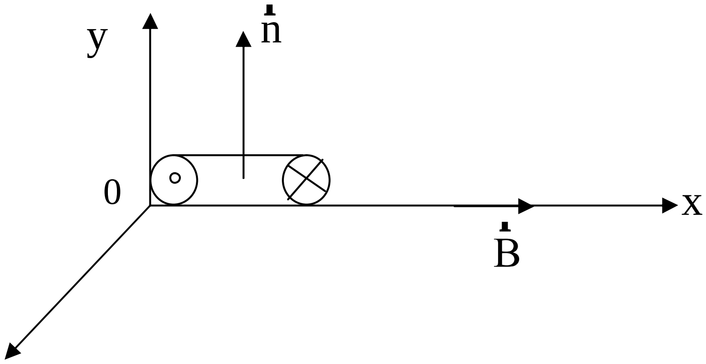


Рис. 61

Следовательно, магнитный момент контура сонаправлен с осью ОУ.

На плоский замкнутый контур с током, находящийся в магнитном поле, действует вращающий момент сил

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

направленный перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Направление вектора $\vec{M}$ определим по правилу левой руки: расположим левую руку так, чтобы вектор $\vec{B}$ входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца направим вдоль $\vec{n}$, тогда отогнутый на 90^0 большой палец укажет направление вектора $\vec{M}$ (рис. 62).

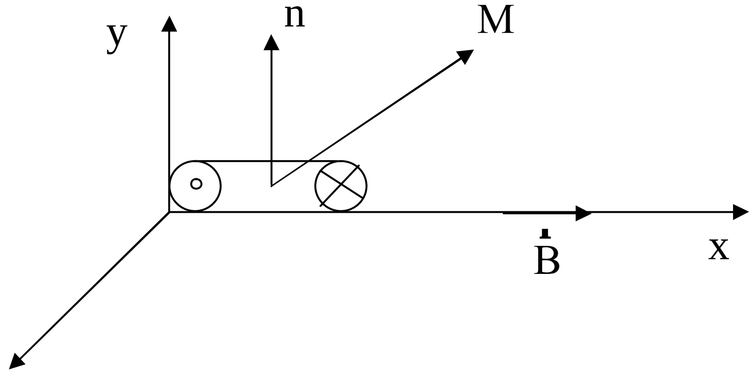


Рис. 62

Вращающий момент $\vec{M}$ направлен в отрицательном направлении оси Z. Он стремится привести контур в положение устойчивого равновесия, в котором векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ ориентированы параллельно друг другу.

Домашнее задание

З а д а ч а 1

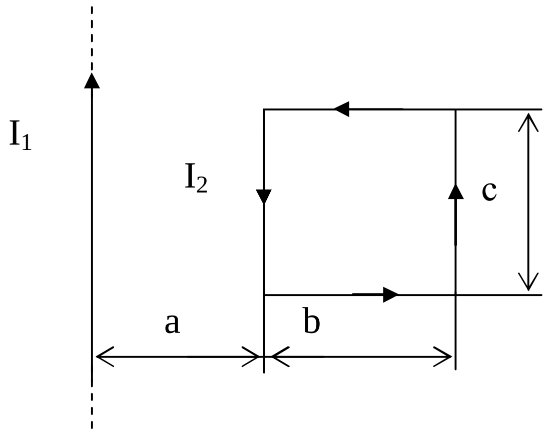


Рис. 63

Проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу (рис. 63). Определить равнодействующую силу, действующую на рамку.

Данные своего варианта возьмите в табл. 7.

Таблица 7

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a, см	10	2	5	1	3	15	4	6	20	30
b, см	15	4	5	2	6	10	5	3	10	15
c, см	20	10	5	4	2	8	6	1	5	10
I_1 A	1	5	2	3	10	4	15	6	2	8
I_2, A	2	10	4	5	20	2	10	5	5	4

З а д а ч а 2

Провод в виде части окружности радиусом R находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. По проводу течет ток силой I. Найти силу, действующую на провод, если он лежит в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Данные для своего варианта возьмите в табл. 8.

Таблица 8

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R, м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,4	0,1	0,3	0,5
I, А	2	3	5	1	20	4	10	15	2	4
B, Тл	0,02	0,01	0,05	0,03	0,04	0,01	0,02	0,03	0,05	0,01
Часть окружности	1/8	1/2	3/4	1/2	3/8	½	3/4	1/8	3/8	7/8

З а д а ч а 3

По катушки из тонкой проволоки течет ток I. Площадь поперечного сечения катушки S, число витков в ней N. Катушка помещена в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Определить магнитный момент $\vec{p}_m$ катушки и вращающий момент $\vec{M}$, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол α с линиями индукции. Данные своего варианта возьмите в табл. 9.

Таблица 9

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I, А	4	2	5	10	1	15	3	20	2	25
S, $см^2$	15	100	20	50	40	30	1	2	5	10
N	200	50	100	20	40	10	100	400	30	300
α, град	60	30	45	90	135	180	30	60	45	90
B, Тл	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

З а д а ч а 4

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ под углом α к направлению линий поля. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон, и его кинетическую энергию, выраженную в электрон-вольтах. Данные для своего варианта возьмите в табл.10 .

Таблица 10

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U, В	400	100	200	500	300	600	100	200	400	500
B, Тл	15	20	15	160	50	30	250	15	20	10
α, град	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30

Магнитный поток. Теорема Гаусса. Работа в магнитном поле

Основные понятия, величины и законы

Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции) сквозь малую поверхность площадью dS – это скалярная физическая величина

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BdS\cos\alpha,$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке, α – угол между $\vec{n}$ и $\vec{B}$ (рис. 64).

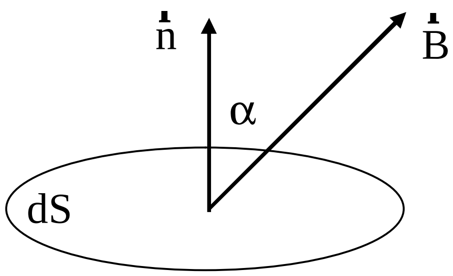


Рис. 64

Единица измерения: $[d\Phi]$ = Тл·м^2 = Вб (вебер).

Магнитный поток через произвольную поверхность S

$$\Phi = \int \vec{B}d\vec{S}.$$

Теорема Гаусса

Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint \vec{B}d\vec{S} = 0.$$

Работа сил магнитного поля по перемещению проводника с постоянным током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа сил магнитного поля по перемещению замкнутого контура с постоянным током

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.

Примеры решения задач

Задача 1

Полусферическая чаша радиусом R (рис. 65) находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Площадь полусферы S_1, площадь основания S_2. Определить магнитные потоки через поверхности S_1 и S_2.

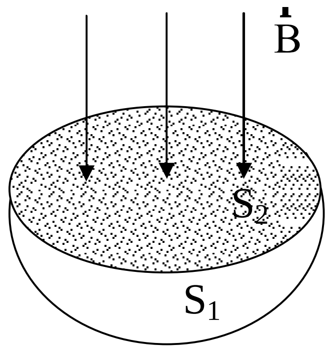


Рис. 65

Дано:	Решение:
$B,\ S_1,\ S_2$	Согласно теореме Гаусса, магнитный поток сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю:
Φ_1 – ? Φ_2 – ?	$$\oint \vec{B}d\vec{S} = 0.$$

Магнитный поток через полусферическую чашу складывается из двух магнитных потоков: Φ_1 – через поверхность полусферы S_1 и Φ_2 – через плоскую поверхность основания S_2:

$$\oint\limits_{S_1+S_2} \vec{B}d\vec{S} = \int\limits_{S_1} \vec{B}d\vec{S} + \int\limits_{S_1} \vec{B}d\vec{S} = \Phi_1 + \Phi_2 = 0.$$

Следовательно, $|\Phi_1| = |\Phi_2|$.

Проще рассчитать поток Φ_2 через плоскую поверхность S_2 (рис. 65), который будет равен

$$\Phi_2 = \int\limits_{S_2} \vec{B}d\vec{S} = \int\limits_{S_2} BdS\cos\alpha,$$

где α – угол между нормалью $\vec{n}_2$ к поверхности S_2 и вектором $\vec{B}$.

Выберем положительное направление нормалей (рис. 66). Положительной считается нормаль, выходящая из замкнутой поверхности.

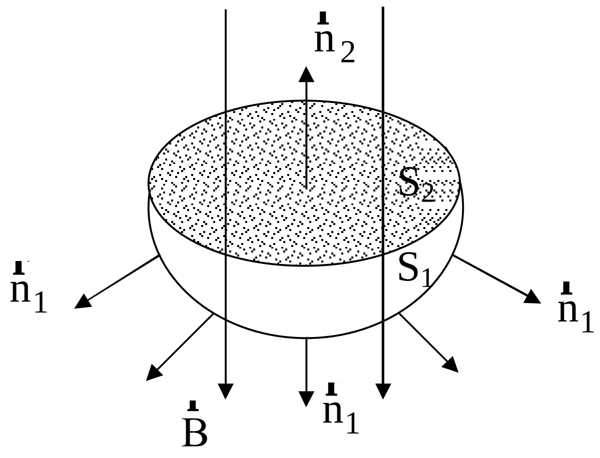


Рис. 66

Следовательно,

$$\Phi_2 = \int_{S_2} B dS \cos 180^0 = -BS_2.$$

$$\Phi_1 = BS_2.$$

Вычислить непосредственно поток через поверхность полусферы было бы очень сложно, так как угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к полусфере непрерывно меняется.

Задача 2

Определить, во сколько раз отличаются друг от друга магнитные потоки, пронизывающие квадратную рамку со стороной a при двух ее положениях относительно длинного прямого проводника с током (рис. 67).

Дано:	Решение:
a; $r_1 = a$ I; $r_2 = 5a$	Рассматриваем магнитный поток через плоскую квадратную рамку, помещенную в магнитное поле длинного прямого проводника с током.
Φ_1/Φ_2 – ?	

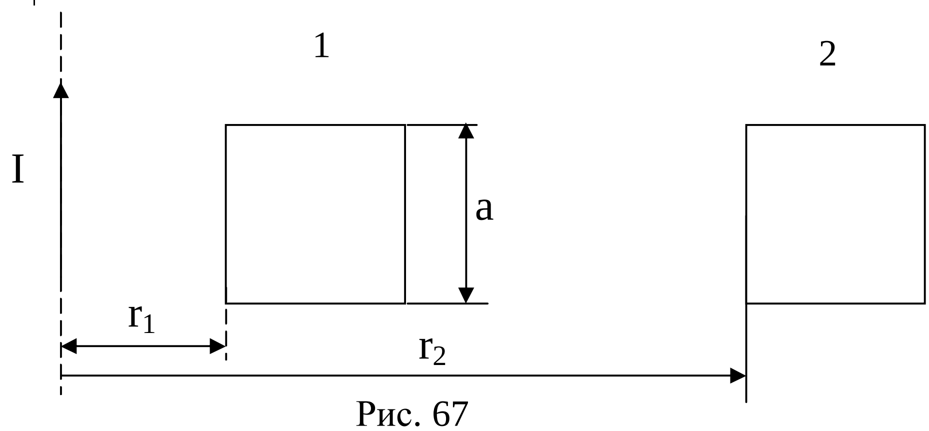


Рис. 67

Чтобы рассчитать магнитный поток через площадь, ограниченную рамкой, нужно выяснить:

1) является ли магнитное поле, созданное бесконечно длинным проводником, однородным или неоднородным;

2) направление вектора магнитной индукции.

Магнитное поле прямолинейного проводника с током неоднородное. Направление силовых линий магнитной индукции в области, где находится рамка, можно определить по правилу правого винта (буравчика) (рис. 68). Вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости рамки от нас.

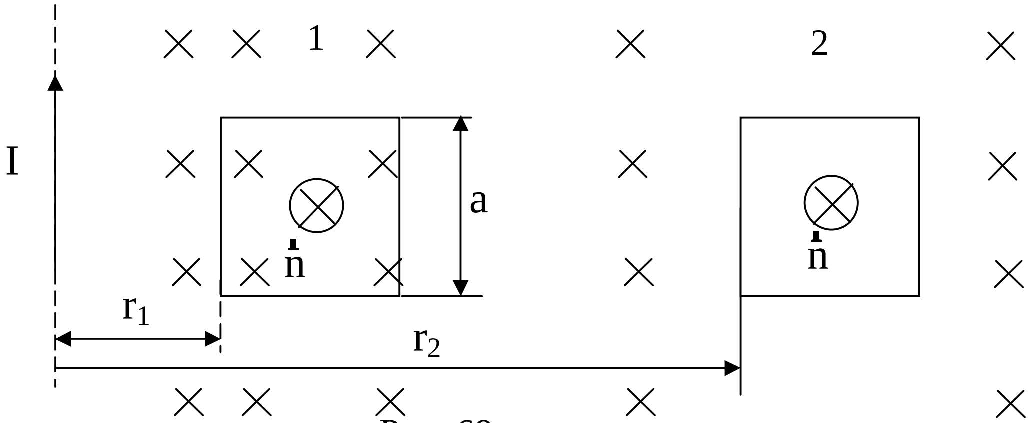


Рис. 68

Магнитный поток в случае неоднородного поля вычисляют по формуле

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int BdS\cos(\vec{B}\vec{n}). \qquad (1)$$

Модуль вектора $\vec{B}$ для бесконечного проводника дается выражением

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \qquad (2)$$

где r – расстояние от проводника до точки наблюдения.

Направление нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки выберем совпадающим с направлением вектора $\vec{B}$ (рис. 68). Следовательно, $\cos(\vec{B}\vec{n}) = 1$. Учтем, что площадь элементарной площадки (рис. 69)

$$dS = adr.$$

Формула (1) принимает вид

$$\Phi = \int_S \frac{\mu_0 Iadr}{2\pi r}, \qquad (3)$$

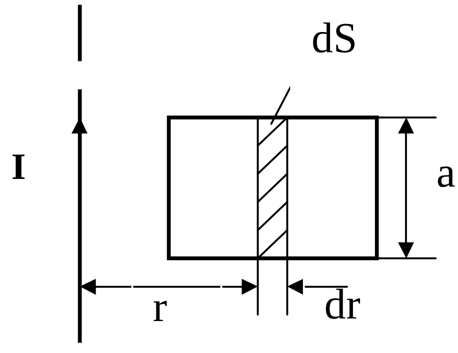


Рис. 69

здесь r – переменная интегрирования, равная расстоянию от проводника до элемента площади контура (рамки).

Переменная r изменяется в первом положении в пределах от a до 2a, во втором положении от 5a до 6a.

Подставляя пределы интегрирования, получим:

$$\Phi_1 = \int\limits_a^{2a} \frac{\mu_0 I a dr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int\limits_a^{2a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln r \Big|_a^{2a} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2 .$$

$$\Phi_2 = \int\limits_{5a}^{6a} \frac{\mu_0 I a dr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int\limits_{5a}^{6a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln r \Big|_{5a}^{6a} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 1{,}2 .$$

Вычисляя, получим

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}2} = 3{,}8 .$$

Ответ: магнитный поток, пронизывающий рамку в первом положении в 3,8 раза больше, чем во втором положении.

Задача 3

Рядом с длинным прямым проводом, по которому течет ток I_1, расположена квадратная рамка со стороной a, по которой течет ток I_2 (рис. 70). Рамка лежит в одной плоскости с проводом так, что сторона ее, ближайшая к проводу, находится от него на расстоянии b и параллельна ему. Определить работу сил Ампера при удалении рамки в бесконечность. Сила тока в рамке и проводе поддерживается постоянной.

Дано:	Решение:
I_1, I_2 a b	Рамка находится в магнитном поле бесконечно длинного прямого проводника с током I_1, которое является неоднородным.
Φ_1/Φ_2 – ?	Однако, независимо от характера поля, работа сил Ампера при перемещении плоского контура с током при I = const

$$A = I_2(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где I_2 – ток в рамке, Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки через плоскость контура в его конечном и начальном положении.

По условию задачи $\Phi_2 = 0$, так как в бесконечности магнитное поле отсутствует. Поэтому

$$A = -I_2\Phi_1 .$$

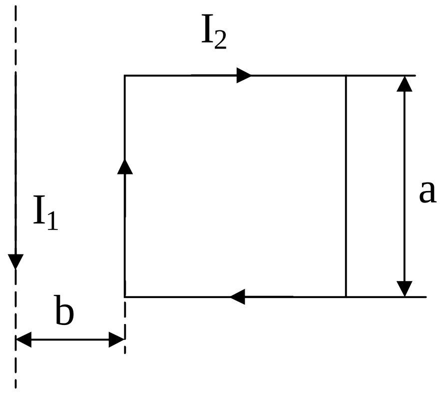


Рис. 70

Таким образом, задача свелась к вычислению магнитного потока Φ_1.

Так как поле неоднородно, то

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S BdS\cos(\vec{n}\vec{B}).$$

Модуль вектора магнитной индукции определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

где r – расстояние от проводника до точки наблюдения.

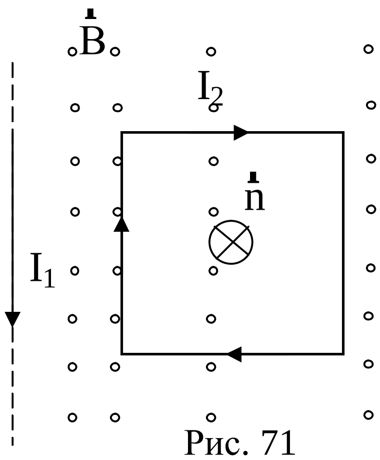


Рис. 71

Направления магнитного поля тока I_1 и положительной нормали к контуру с током I_2 определяются по правилу буравчика.

Как видно из рис. 71, $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам, а вектор $\vec{n}$ направлен от нас, поэтому $\cos(\vec{B}\vec{n})$ = 1. $\cos 180^0 = -1$.

Учтем, что площадь элементарной полоски (рис. 72)

$$dS = adr.$$

Тогда

$$\Phi_1 = -\int_S \frac{\mu_o I_1 a}{2\pi r}dr.$$

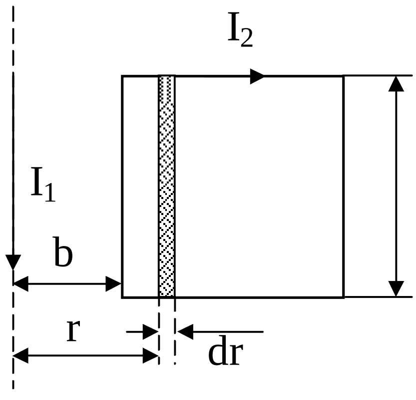


Рис. 72

Для первого положения рамки r меняется в пределах от b до $a + b$, следовательно,

$$\Phi_1 = -\frac{\mu_o I_1 a}{2\pi r}\int_b^{a+b}\frac{dr}{r} = -\mu_o\frac{I_1 a}{2\pi}\ln\frac{a+b}{b},$$

тогда

$$A = -I_2\Phi_1 = \mu_o\frac{I_1 I_2 a}{2\pi}\ln\frac{a+b}{b}.$$

Задача 4

Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 10$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол 90^0. При повороте контура ток поддерживается неизменным.

Дано:	Решение:
$a = 10$ см $= 0{,}1$ м $I = 10$ А $B = 1$ Тл $\alpha_1 = 0^0$ $\alpha_2 = 90^0$ A – ?	По условию контур свободно установился в магнитном поле, значит, угол α_1 между положительной нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен нулю в первом положении силы, т.е. контур находится в состоянии равновесия (рис. 73 а). Затем под действием внешних сил контур переходит во второе положение (рис. 73 б).

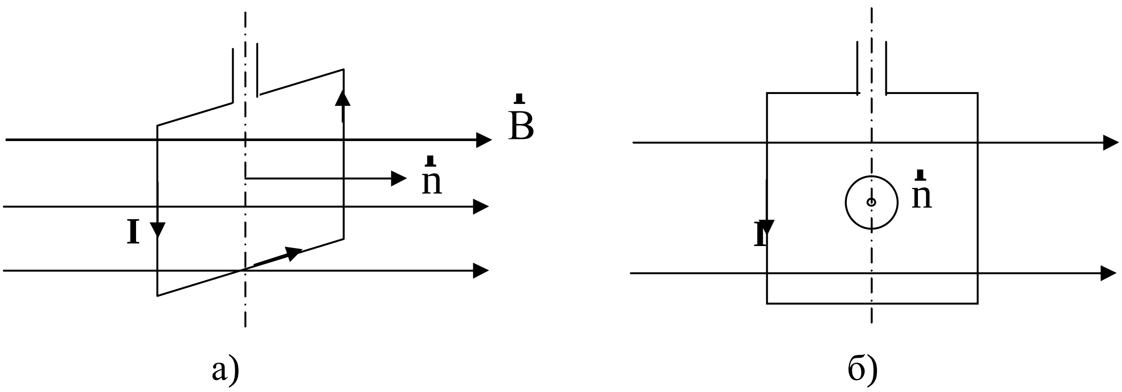


Рис. 73

Работа сил поля по перемещению контура с током I определяется по формуле

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие площадь, ограниченную контуром, в первом и во втором положениях, соответственно.

Так как поле однородное, а контур плоский

$$\Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = B\cos 0^0 = Ba^2,$$

$$\Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = BS\cos\pi/2 = 0.$$

Следовательно, работа сил поля

$$A = -I\Phi_1,$$

а работа внешних сил

$$A_{вн\ сил} = -A = I\Phi_1 = IBa^2.$$

Подставим численные значения:

$$A_{вн\ сил} = 10\cdot 1\cdot 10^{-2} = 0{,}1\ Дж.$$

Ответ: работа внешних сил равна 0,1 Дж.

Домашнее задание

Номера задач для каждого варианта приведены в табл. 11.

Таблица 11

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер задачи	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

З а д а ч а 1 (варианты 1–5)

Определить магнитный поток через выделенный на рис. 74 участок сферы радиусом R = 1 м. Вектор индукции однородного магнитного поля $\vec{B}$ образует с осью симметрии участка угол α. B = 2 Тл. Значения углов для каждого варианта приведены в табл. 12.

З а д а ч а 2 (варианты 6–10)

Определить магнитный поток сквозь часть боковой поверхности прямого кругового цилиндра, вырезанную двумя плоскостями, проходящими через его ось под углом α друг к другу. Вектор индукции однородного магнитного поля $\vec{B}$ составляет угол β с нормалью к плоскости, образованной крайней стягивающей хордой и образующей цилиндра **l** (рис. 75). B = 0,5 Тл; R = 1 м; **l** = 2 м; углы α и β для каждого варианта приведены в табл. 12.

Таблица 12

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α, град	0	90	45	0	60	180	120	60	90	30
β, град	90	60	90	60	120	0	30	0	45	60

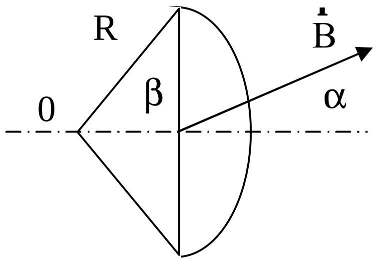


Рис. 74

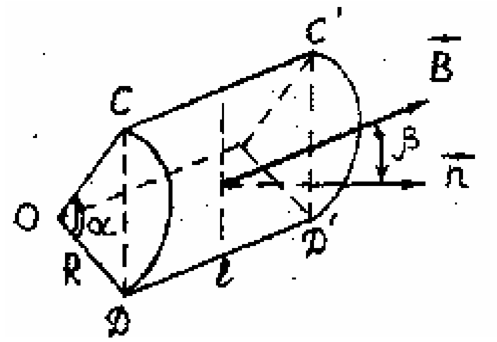


Рис. 75

З а д а ч а 3

В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой 50 А, расположена рамка так, что две ее стороны параллельны проводу (рис. 76), а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно a. Найти магнитный поток через рамку. Данные для каждого варианта приведены в табл. 13.

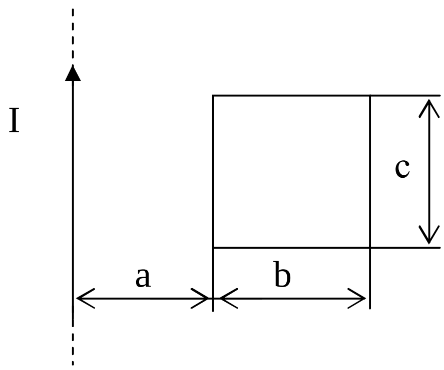


Рис. 76

Таблица 13

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a, см	10	2	5	1	3	15	4	6	20	30
b, см	15	4	5	2	6	10	5	3	10	15
c, см	20	10	5	4	2	8	6	1	5	10

З а д а ч а 4

По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной 10 см, течет ток силой 20 А. Сила тока поддерживается неизменной. Плоскость квадрата составляет угол α с вектором индукции однородного магнитного поля B = 0,1 Тл. Вычислить работу, которую необходимо совершить для удаления провода за пределы поля. Значение угла α для каждого варианта приведены в табл. 14.

Таблица 14

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α, град	0	30	90	45	60	90	180	360	135	45

З а д а ч а 5

Виток, по которому течет ток силой 20 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,016 Тл. Диаметр витка равен 10 см. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол α относительно оси, совпадающей с диаметром. Значения угла α для каждого варианта приведены в табл. 15.

Таблица 15

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α, град	30	45	60	90	120	150	180	210	240	270

З а д а ч а 6

Два прямых длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По ним текут токи I_1 и I_2, равные по величине. Для того, чтобы увеличить (уменьшить) расстояние между ними в «n» раз, пришлось совершить работу на единицу длины проводников, равную А. Найдите одну из незаданных величин I, А или n. Определите, какие силы совершают работу при изменении расстояния между проводниками – магнитного поля или внешние. Токи I_1 и I_2 текут в одном направлении (для четных вариантов). Токи I_1 и I_2 текут в противоположном направлении (для нечетных вариантов).

Данные своего варианта возьмите в табл. 16.

Таблица 16

Данные задачи	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I, А	20	30		25	10		15	20		30
n	2		3	4		5	4		2	3
А, мкДж/м		60	50		50	70		55	65	
Расстояние между проводниками	Увеличивается					Уменьшается				

Контрольная работа

В а р и а н т 1

1. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток силой I = 50 А. Сторона треугольника a = 20 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке пересечения высот.

2. Короткая катушка площадью поперечного сечения S = 250 см^2, содержащая N = 500 витков провода, по которому течет ток силой I = 5 А, помещена в од-

нородное магнитное поле, индукция B = 0,1 Тл. Найти: 1) магнитный момент катушки; 2) вращающий момент $\vec{M}$, действующий на катушку, если силовые линии поля образуют с основаниями катушки угол 60^0.

3. Квадратный контур со стороной a = 10 см, в котором течет ток силой I = = 6A, находится в магнитном поле с индукцией B = 0,8 Тл под углом $\alpha = 60^0$ к линиям индукции. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?

В а р и а н т 2

1. Определите индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной a = 10 см, если по рамке течет ток 2 А.

2. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, попал в однородное магнитное поле с индукцией B = 10 мТл, и начинает двигаться по винтовой линии, радиус которой R = 1,5 см, а шаг h = 10 см. Определить ускоряющую разность потенциалов.

3. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока I = 60 А, свободно установился в однородном магнитном поле (B = 20 мТл). Диаметр витка d = 10 см. какую работу нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi$.

В а р и а н т 3

1. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Индукция магнитного поля в центре окружности B_1 = 50 Тл. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить индукцию B_2 магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

2. Прямой проводник длиной L = 1 м, по которому течет ток I_1 = 5 А, расположен перпендикулярно к бесконечно длинному прямому проводнику с током I_2 = = 10 А. Расстояние от бесконечно длинного проводника до ближайшего конца первого проводника равно 2 м. Определить силу, действующую на короткий проводник.

3. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 1 см от него. Определите силу, действующую на электрон, если по проводнику течет ток 10 А.

В а р и а н т 4

1. По контуру в виде правильного шестиугольника со стороной a = 20 см течет ток силой 10 А. Определите магнитную индукцию в центре шестиугольника.

2. В одной плоскости с длинным прямым проводом с током I = 20 А расположена квадратная рамка со стороной a = 10 см, причем две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние b от провода до ближайшей стороны рамки равно 10 см. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

3. Заряженная частица с энергией 1 кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом 1 мм. Какая сила действует на частицу со стороны поля?

ОГЛАВЛЕНИЕ

Постоянный электрический ток
Основные понятия, величины и законы ………………………………………… 3
Примеры решения задач ………………………………………………………….. 10
Домашнее задание ……………………………………………………………….. 21
Магнитное поле
Вектор магнитной индукции. Закон Био-Савара-Лапласса. Циркуляция вектора магнитной индукции
Основные понятия, величины и законы ………………………………………… 24
Примеры решения задач ………………………………………………………….. 29
Домашнее задание ……………………………………………………………….. 42
Действие магнитного поля на движущийся заряд, проводник с током и контур с током
Основные понятия, величины и законы ………………………………………… 44
Примеры решения задач ………………………………………………………….. 47
Домашнее задание ……………………………………………………………….. 60
Магнитный поток. Теорема Гаусса. Работа в магнитном поле
Основные понятия, величины и законы ………………………………………… 62
Примеры решения задач ………………………………………………………….. 63
Домашнее задание ……………………………………………………………….. 69
Контрольная работа ……………………………………………………………….. 71